

**Л.И. Мещераков, канд. техн. наук**

(Украина, Днепрпетровск, Национальный горный университет)

## СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОМЕНТНЫЕ СВЯЗИ ЭНЕРГОИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

Задачи структурной и параметрической диагностической идентификации информационных характеристик горных электромеханических систем (ГЭМС) основываются на результатах множественных измерений входных и выходных сигналов, сопровождающих работу горных агрегатов. Оперативное выделение качественной информации в измеренных сигналах является важнейшим вопросом синтеза систем идентификации и управления. Для повышения достоверности и быстродействия технологий идентификации в диагностических целях известное множество информативных параметров крайне нуждается в дополнении и расширении.

Используемый при идентификации и управлении набор основных факторов – входное воздействие, состояние и выходное воздействие могут характеризоваться как качественно, так и количественно. Качественная характеристика обеспечивается вероятностным описанием функционально увязанного множества случайных событий, а количественная характеристика – таким же описанием случайных величин мгновенных значений энергетических сигналов. При качественном описании ГЭМС базовой характеристикой служит во множественных обозначениях условная вероятность состояния  $B_{\beta,j,\dots,r}$  относительно состояния  $A_{\alpha,j,\dots,k}$ .

$$P(B_{\beta,j,\dots,r} | A_{\alpha,j,\dots,k}) = \frac{P(A_{\alpha,j,\dots,k} \cap B_{\beta,j,\dots,r})}{P(A_{\alpha,j,\dots,k})}.$$

При этом, если диагностируется интегрированный уровень трения в опорных узлах ГЭМС (этот фактор дает около 40% всех аварийных состояний), то в качестве состояний  $A_{\alpha,j,\dots,k}$  с вероятностями  $P(A_{\alpha,j,\dots,k})$  выступает множество причин изменения интегрированного уровня трения в подшипниковых опорах от уровня штатного до аварийного значения, а в качестве совокупности информационного отражения состояний  $B_{\beta,j,\dots,r}$  с условными вероятностями  $P(B_{\beta,j,\dots,r} | A_{\alpha,j,\dots,k})$  – оценки различных способов (каналов) получения информации о текущем состоянии агрегатов. Ими могут быть, например, широко используемые на производстве термические оценки  $B_1 \dots B_n$ , вибрационные оценки  $B_{n+1} \dots B_m$  и предлагаемые в работах [1, 2] энергоинформационные оценки  $B_{m+1} \dots B_k$ . Появление состояний  $B_{\beta,j,\dots,r}$  на выходе измерительной системы в виде вектора измерений вероятностно определяется совокупностью входных

состояний  $A_{\alpha,j,\dots,k}$ , составляющих полную группу несовместных состояний аварийных причин изменения трения. Причины изменения трения до аварийного значения в наиболее типичных ГЭМС можно идентифицировать через обратную условность по входу системы, определяемую апостериорными вероятностями полной группы событий  $A_{\alpha,j,\dots,k}$ .

С использованием параметра “состояние” в качественном представлении выходное событие  $B_{\beta,j,\dots,r}$  в данный момент времени определяется входным  $A_{\alpha,j,\dots,k}$  и событийным  $C_{\nu,j,\dots,h}$  состояниями.

$$P(B_{\beta,j,\dots,r}) = \sum_{\alpha=1}^n \dots \sum_{\nu=1}^m P(B_{\beta,j,\dots,r} | C_{\nu,j,\dots,h}) P(C_{\nu,j,\dots,h} | A_{\alpha,j,\dots,k}) P(A_{\alpha,j,\dots,k}).$$

Апостериорные вероятности входных состояний  $A_{\alpha,j,\dots,k}$  с учетом состояния системы  $C_{\nu,j,\dots,h}$  можно тогда представить как

$$P(A_{\alpha,j,\dots,k} | B_{\beta,j,\dots,r}) = \frac{\sum_{\nu=1}^h \dots \sum_{\alpha=1}^k P(B_{\beta,j,\dots,r} | C_{\nu,j,\dots,h}) P(C_{\nu,j,\dots,h} | A_{\alpha,j,\dots,k}) P(A_{\alpha,j,\dots,k})}{\sum_{\beta=1}^r \dots \sum_{\nu=1}^h \dots \sum_{\alpha=1}^k P(B_{\beta,j,\dots,r} | C_{\nu,j,\dots,h}) P(C_{\nu,j,\dots,h} | A_{\alpha,j,\dots,k}) P(A_{\alpha,j,\dots,k})}.$$

Дополнительными примерами случайных состояний  $A_{\alpha,j,\dots,k}$ , прикладываемых на входы идентифицируемых ГЭМС, является нахождение в заданных пределах значений: температур в подшипниках дробилок, окомкователей, мельниц, транспортеров, экскаваторов, проходческих комбайнов и других горных агрегатов, в статорах и роторах электродвигателей; крупности исходного сырья; напоров технологической воды и т. д. Состояния типа  $B_{\beta,j,\dots,r}$  на выходе ГЭМС определяются как реакции на возникающие состояния  $A_{\alpha,j,\dots,k}$  и могут быть представлены как заданные уровни технико-технологических параметров в рабочих режимах ГЭМС, как качественно-количественные показатели выходных промпродуктов и т. п.

Количественное множественное представление входных, выходных переменных и переменных состояния осуществляется через случайные величины или случайные функции. Для одномерной модели при рассмотрении ее одновременно стохастически по каналу вход ( $U$ ) – выход ( $Y$ ) с соответствующим образованием системы двух случайных величин полной характеристикой ГЭМС является вероятностная модель в виде условной плотности вероятности  $f(y|u)$ . Тогда выход определяется как

$$f(y_t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y_t | u_s) f(u_s) du_s . \quad (1)$$

Выражение (1) дает возможность определения полной характеристики выходной переменной  $f(y)$  по известной характеристике входной переменной  $f(u)$ . Вероятностная модель ГЭМС  $(\Omega, P)$  считается найдена, если определено пространство элементарных состояний  $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_i, \dots, \omega_k\}$  и каждому  $\omega_i$  из  $\Omega$  найдена вероятность  $p_i$ . Исследование этой же одномерной модели с учетом оперативного состояния показало, что последующее состояние  $f(x)$  определяется по условной плотности вероятности  $f(x|u)$  и полной характеристике входной переменной  $f(u)$  при значении чистого запаздывания  $q = k - s$  в следующем виде:

$$f(x_k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_k | u_s) f(u_s) du_s .$$

Выходная переменная  $f(y_t)$  в момент  $t$  в этом случае будет определена, во-первых, по условной плотности вероятности  $f(y_t | x_k)$  и известной характеристике предыдущего состояния  $f(x_k)$  в момент  $k$ , и, во-вторых, по известной полной характеристике входной переменной  $f(u_s)$  в момент  $s$  и условной плотности вероятности  $f(x_k | u_s)$ , т. е.

$$f(y_t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(y_t | x_k) f(x_k | u_s) f(x_k) f(u_s) dx_k du_s .$$

На рис.1 представлена схема распределения параметров ГЭМС и их плотностей вероятности. Для случайных сигналов выхода  $Y$ , состояния  $X$  и входа  $U$ , рассматриваемых одновременно, с образованием системы трех случайных величин в качестве их совместной полной характеристики принимается совместная функция распределения вероятностей трехмерной случайной величины  $F(y, x, u)$ , которая согласно определению функции распределения есть вероятностью одновременного выполнения неравенств  $Y < y$ ,  $X < x$  и  $U < u$ . Рассматривая её функционально по аргументам  $y$ ,  $x$  и  $u$ , можно записать:

$$F(y, x, u) = P(Y < y, X < x, U < u) .$$

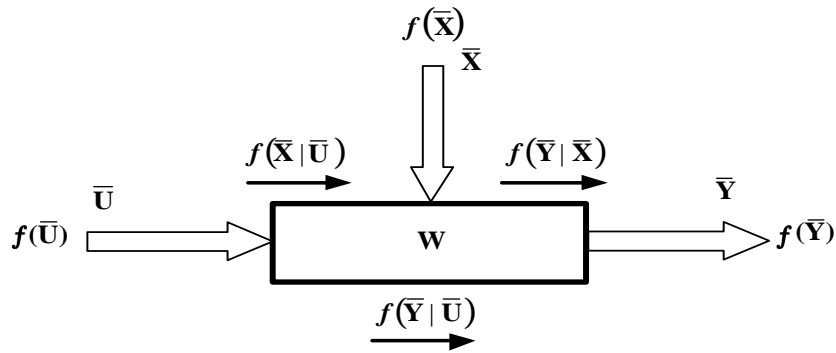


Рис. 1. Схема распределения параметров вход ( $U$ ), состояние ( $X$ ) и выход ( $Y$ ) ГЭМС и соответствующих им безусловных ( $f(U), f(X), f(Y)$ ) и условных ( $f(X/U), f(Y/X), f(Y/U)$ ) плотностей вероятности

Тогда плотность совместного распределения вероятности (трехмерная плотность вероятности) для непрерывных случайных сигналов  $Y, X$  и  $U$

$$f_3(y, x, u) = \frac{\partial^3 F(y, x, u)}{\partial y \partial x \partial u}.$$

Нахождение оценок одномерных плотностей вероятностей  $f(y_t), f(x_k)$  и  $f(u_s)$ , двумерных плотностей вероятностей  $f(y_t, x_k), f(x_k, u_s), f(y_t, u_s)$  и совместной трехмерной плотности вероятности  $f(y, x, u)$ , а также условных плотностей вероятностей  $f(y_t | x_k), f(x_k | u_s), f(y_t | u_s)$  и совместной, условной плотности вероятности  $f(y | x | u)$  выполняется с помощью экспериментальных исследований в рабочих режимах. В дальнейшем по их результатам строятся соответствующие двумерные и трехмерные корреляционные таблицы, при помощи которых уже можно определить плоскостные и пространственные распределения. На рис. 2 представлено пространственное распределение безусловных и условных поверхностей плотностей вероятностей ГЭМС.

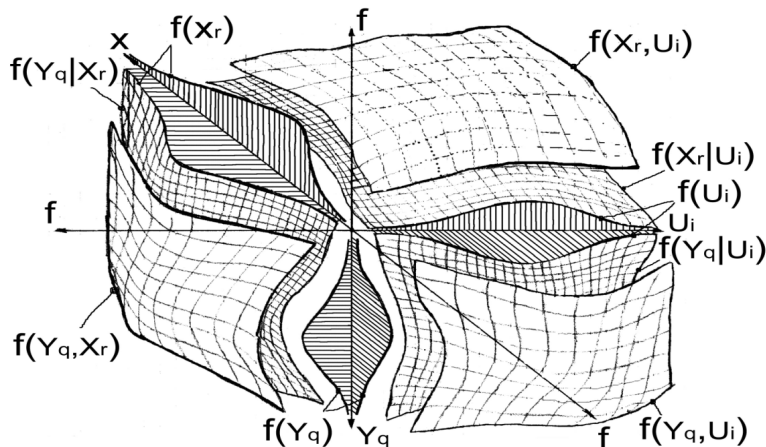


Рис.2. Трехмерное распределение безусловных и условных плотностей вероятностей систем «ВХОД-ВЫХОД» и «ВХОД-СОСТОЯНИЕ-ВЫХОД»

Сложность проведения множества измерений, требуемых для получения с достаточной доверительной вероятностью достоверных значений, составляющих корреляционные таблицы, крайне затрудняет и ограничивает практическое применение как безусловных, так и условных плотностей вероятностей. В противовес им, для решения задач оперативного диагностирования и управления ГЭМС, очевидна перспектива применения условных, численных характеристик случайных значений реализаций измеряемых сигналов. Их состав следующий.

Условное математическое ожидание переменной  $Y$  относительно переменной  $U$  и обратная характеристика представляют собой усредненную характеристику формы адресной связи выходной переменной  $Y$  и входной  $U$ , а именно

$$M(Y | u) = \int_{-\infty}^{\infty} yf(y | u)dy. \quad M(U | y) = \int_{-\infty}^{\infty} uf(u | y)du$$

Система двух вариационных векторов случайных сигналов входа  $U$  и выхода  $Y$ , образующих из экспериментальных данных двумерное корреляционное поле, из условных математических ожиданий  $M(Y | u)$  формирует функцию регрессии, которая связывает середины распределений условных плотностей вероятностей  $f(y_i | u_s)$ . На рис.3 представлены экспериментальные и теоретические законы распределения двумерного корреляционного поля зависимости мгновенных значений мощности, потребляемой синхронными двигателями мельниц самоизмельчения ММС70-23 от заполнения барабана измельчаемой рудой

В случае использования трех параметров (входа  $U$ , состояния  $X$  и выхода  $Y$ ), т. е. рассмотрения системы трех случайных величин, составляющих трехмерное корреляционное пространство, условные математические ожидания  $M(Y | X | u)$  образуют пространственную регрессионную поверхность, которая своими узлами связывает середины соответствующих распределений:

$$M(Y | X | u) = M[M(Y | X) | u] = \int_{i=1}^n \int_{j=1}^m yf(y | x)xf(x | u)dxdy.$$

Квадратичная степень рассеивания в системе двух случайных величин входа и выхода относительно функции регрессии определяется условной дисперсией

$$D(Y | u) = M[Y - M(Y | u)]^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [y - M(Y | u)]^2 f(y | u)dy.$$

При рассмотрении системы трех случайных величин входа  $U$ , состояния  $X$  и выхода  $Y$ , составляющих трехмерное корреляционное пространство, квадратичная степень рассеивания образует поверхность отклонения относительно поверхности глобального условного математического ожидания

$$D(Y | X | u) = \int_{i=1}^n \int_{j=1}^m [y - M(Y | X)]^2 f(y | x) [x - M(X | U)]^2 f(x | u) dx dy .$$

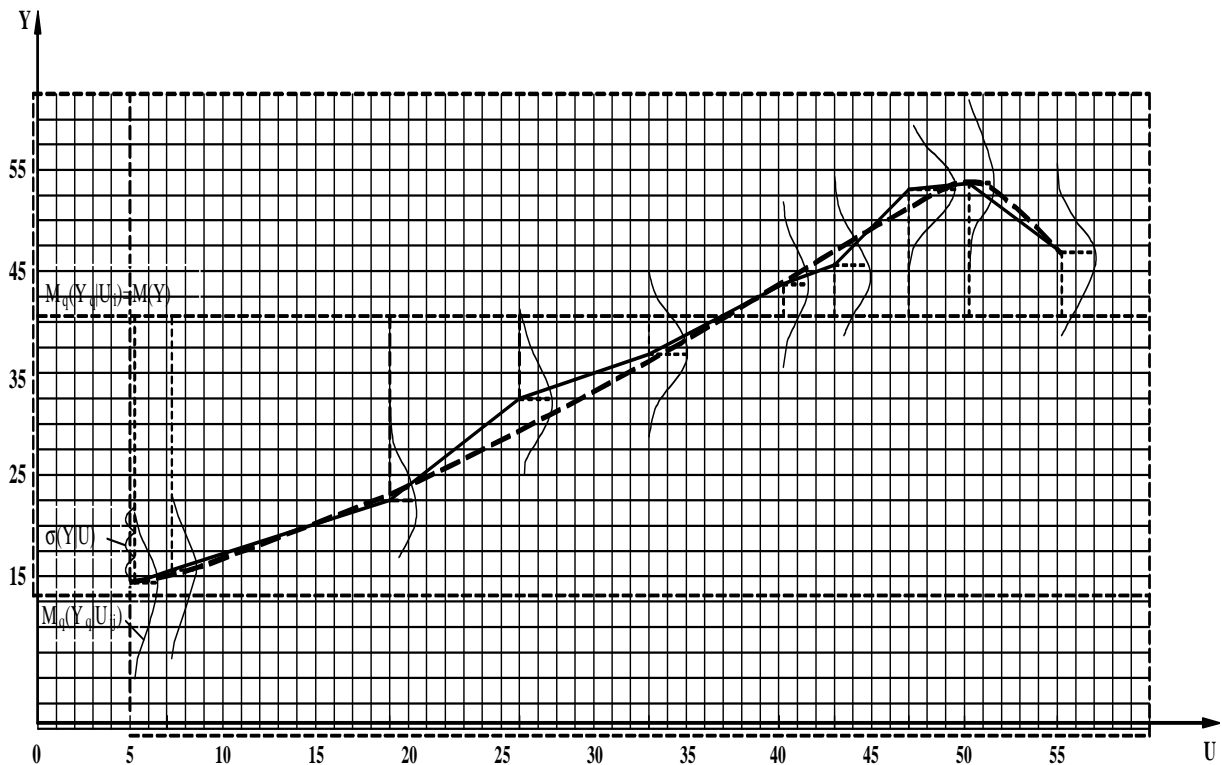


Рис.3. Экспериментальные (сплошные) и аппроксимированные (пунктирные) линии регрессии, формируемые условными математическими ожиданиями двухмерного корреляционного поля зависимости мгновенных значений мощности, потребляемой приводным синхронным двигателем мельницы мокрого самоизмельчения типа ММС70\*23 от степени заполнения барабана измельчаемой рудой

Идентифицированные модели с постоянной условной дисперсией  $D(Y | u)$  принято определять как гомоскедастические, а модели с переменной условной дисперсией  $D(Y | u)$  как гетероскедастические. Важнейшее практическое значение для решения задач качественного диагностирования и управления ГЭМС имеет дисперсия условного математического ожидания  $DM(Y | U)$ , которая определяется как

$$DM(Y | U) = M[M(Y | U) - M(Y)]^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} yf(y | u) dy - m_y \right]^2 f(u) du . \quad (2)$$

Тогда условная дисперсия

$$MD(Y|U) = \int_{-\infty}^{\infty} D(Y|u)f(u)du = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [y - M(Y|u)]^2 f(y,u)dudy.$$

Дисперсия выходной переменной  $D(Y)$  равна сумме дисперсий условного математического ожидания  $DM(Y|U)$  и математического ожидания условной дисперсии  $MD(Y|U)$  [1, 2], т. е.

$$DY = DM(Y|U) + MD(Y|U).$$

Последнее выражение открывает огромнейшие возможности повышения качества выделяемой из энергоинформационных сигналов диагностической информации. Действительно, дисперсия условного математического ожидания  $DM(Y|U)$  отражает ту часть из совокупных флуктуаций выходной переменной  $Y$ , которая полностью определяется только информационной динамикой входной переменной  $U$ . В то же время математическое ожидание условной дисперсии  $MD(Y|U)$  отражает вторую составляющую общей дисперсии выходной переменной  $D(Y)$ , которая полностью определяется динамикой множества остальных ненаблюдаемых входных переменных. Таким образом, при использовании информационных свойств данных условных численных характеристик измеряемых сигналов можно осуществить глубокую целенаправленную фильтрацию используемого диагностического сигнала, как правило, в себе несущего информационное влияние значительной совокупности структурных и параметрических переменных. Для решения задач автоматического диагностирования ГЭМС важнейшими информационными параметрами измеряемых диагностических сигналов являются также такие условные численные характеристики, как асимметрия  $A(Y|u)$  и эксцесс  $E(Y|u)$ . Они отражают информационно знаковые градиентные характеристики условных распределений

$$A(Y|u) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (y - M(Y))^3 f(Y|u)}{\sigma_y^3} \quad \text{и} \quad E(Y|u) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (y - M(Y))^4 f(Y|u)}{\sigma_y^4} - 3.$$

Теснота нелинейной связи между случайными величинами выхода  $Y$  и входа  $U$  определяется дисперсионным отношением случайной величины  $Y$  относительно  $U$ , а именно:

$$\eta_{y|u}^2 = \frac{DM(Y|U)}{DY},$$

где дисперсия условного математического ожидания  $DM(Y|U)$  определяется согласно выражению (2).

Обосновано предложить диагностические оценки градиента нелинейной связи между случайными информационными сигналами, например, величинами выхода  $Y$  и входа  $U$ , осуществлять с помощью новых характеристик асимметричного отношения  $\lambda_{y|u}^2$  и эксцессионного отношения  $\zeta_{y|u}^2$  случайной величины  $Y$  относительно  $U$  согласно выражений:

$$\lambda_{y|u} = \frac{AM(Y|U)}{AY}, \quad \zeta_{y|u} = \frac{EM(Y|U)}{EY},$$

где асимметрия  $AM(Y|U)$  и эксцесс  $EM(Y|U)$  определяются как

$$AM(Y|U) = \frac{1}{\sigma_Y} M[M(Y|U) - M(Y)]^3 = \frac{1}{\sigma_Y} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} yf(y|u)dy - m_y \right]^3 f(u)du;$$

$$EM(Y|U) = \frac{1}{\sigma_Y} M[M(Y|U) - M(Y)]^4 - 3 = \frac{1}{\sigma_Y} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} yf(y|u)dy - m_y \right]^4 f(u)du - 3.$$

Дисперсионное отношение  $\eta_{y|u}^2$  можно интерпретировать как количественную характеристику меры определенности случайной величины  $Y$  по значениям случайной величины  $U$ . Аналогично можно определить и характеристики  $\lambda_{y|u}$  и  $\zeta_{y|u}$ . Рассматривая отношения характеристик законов распределения условных математических ожиданий относительно законов распределения возможных значений выходной величины  $Y$ , можно сформулировать полный комплекс информационных числовых характеристик для системы «вход-выход» (табл. 1).

Аналогичный комплекс информативных числовых характеристик для системы «вход-состояние-выход» представлен в табл. 2.

Строки таблиц соответственно имеют обозначения: 1 - математическое ожидание условного математического ожидания; 2 - дисперсия условного математического ожидания; 3 - среднее квадратическое отклонение условного математического ожидания; 4 - асимметрия нормального распределения условного математического ожидания; 5 - эксцесс нормального распределения условного математического ожидания.



Таблица 1.

**Числовые оценки тесноты нелинейных связей случайных значений  
энергоинформационных сигналов по структуре “вход – выход”**

		Параметр знаменателя корреляционного отношения			
		Математическое ожидание выходной величины	Дисперсия выходной величины	Асимметрия нормального распределения выходной величины	Экссесс нормального распределения выходной величины
	1	$\theta_{1(y u)} = \frac{MM(Y U)}{MY}$	$\eta_{1(y u)} = \frac{MM(Y U)}{DY}$	$\lambda_{1(y u)} = \frac{MM(Y U)}{AY}$	$\zeta_{1(y u)} = \frac{MM(Y U)}{EY}$
	2	$\theta_{2(y u)} = \frac{DM(Y U)}{MY}$	$\eta_{2(y u)} = \frac{DM(Y U)}{DY}$	$\lambda_{2(y u)} = \frac{DM(Y U)}{AY}$	$\zeta_{2(y u)} = \frac{DM(Y U)}{EY}$
	3	$\theta_{3(y u)} = \frac{\sigma M(Y U)}{MY}$	$\eta_{3(y u)} = \frac{\sigma M(Y U)}{DY}$	$\lambda_{3(y u)} = \frac{\sigma M(Y U)}{AY}$	$\zeta_{3(y u)} = \frac{MM(Y U)}{EY}$
	4	$\theta_{4(y u)} = \frac{AM(Y U)}{MY}$	$\eta_{4(y u)} = \frac{AM(Y U)}{DY}$	$\lambda_{4(y u)} = \frac{AM(Y U)}{AY}$	$\zeta_{4(y u)} = \frac{AM(Y U)}{EY}$
	5	$\theta_{5(y u)} = \frac{EM(Y U)}{MY}$	$\eta_{5(y u)} = \frac{EM(Y U)}{DY}$	$\lambda_{5(y u)} = \frac{EM(Y U)}{AY}$	$\zeta_{5(y u)} = \frac{EM(Y U)}{EY}$

Таблица 2.

**Числовые оценки тесноты нелинейных связей случайных значений энергоинформационных сигналов по структуре “вход–состояние–выход”**

		Параметр знаменателя корреляционного отношения			
		Математическое ожидание выходной величины	Дисперсия выходной величины	Асимметрия нормального распределения выходной величины	Экссесс нормального распределения выходной величины
Параметр числителя корреляционного отношения	1	$\theta_{1(y x u)} = \frac{MM(Y X U)}{MY}$	$\eta_{1(y x u)} = \frac{MM(Y X U)}{DY}$	$\lambda_{1(y x u)} = \frac{MM(Y X U)}{AY}$	$\zeta_{1(y x u)} = \frac{MM(Y X U)}{EY}$
	2	$\theta_{2(y x u)} = \frac{DM(Y X U)}{MY}$	$\eta_{2(y x u)} = \frac{DM(Y X U)}{DY}$	$\lambda_{2(y x u)} = \frac{DM(Y X U)}{AY}$	$\zeta_{2(y x u)} = \frac{DM(Y X U)}{EY}$
	3	$\theta_{3(y x u)} = \frac{\sigma M(Y X U)}{MY}$	$\eta_{3(y x u)} = \frac{\sigma M(Y X U)}{DY}$	$\lambda_{3(y x u)} = \frac{\sigma M(Y X U)}{AY}$	$\zeta_{3(y x u)} = \frac{MM(Y X U)}{EY}$
	4	$\theta_{4(y x u)} = \frac{AM(Y X U)}{MY}$	$\eta_{4(y x u)} = \frac{AM(Y X U)}{DY}$	$\lambda_{4(y x u)} = \frac{AM(Y X U)}{AY}$	$\zeta_{4(y x u)} = \frac{AM(Y X U)}{EY}$
	5	$\theta_{5(y x u)} = \frac{EM(Y X U)}{MY}$	$\eta_{5(y x u)} = \frac{EM(Y X U)}{DY}$	$\lambda_{5(y x u)} = \frac{EM(Y X U)}{AY}$	$\zeta_{5(y x u)} = \frac{EM(Y X U)}{EY}$

Предложенные комплексы информативных числовых характеристик для систем «вход-выход» и «вход-состояние-выход» являются общими для всей совокупности информативных сигналов любых ГЭМС и позволяют определять и разделять влияние текущих состояний структурных элементов конструкций горных агрегатов на результирующие энергоинформационные сигналы. Это да-

ет возможность повысить быстродействие и точность определения управляющих сигналов цифровых систем идентификации и управления.

### Список литературы

1. Мещеряков Л.И. Основы энергоинформационного диагностирования горных электромеханических систем //Сб. науч. тр. НГАУ. Днепропетровск, 2000. №10. - С. 179-185.
2. Мещеряков Л.И. Дисперсионные алгоритмы идентификации в информационно-аналитических системах техногенной безопасности //Сб. науч. тр. НГАУ. Днепропетровск, 2001. №12, т. 1. - С. 233-239.
3. Мещеряков Л.И. Математические основы построения дисперсионных диагностических моделей горных электромеханических систем. //Вибрации в технике и технологиях: Всеукр. науч.-техн. журн. 2002. - №1(22). – С.41-44.