УДК: 621.3.011

В.Л. Соседка, канд. техн. наук,
Р.А. Мазур
(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ОБЪЕКТА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ

Методы определение параметров объектов регулирования, структура которых известна априорно, достаточно подробно освещены в научно – технической литературе [1,2,3]. Однако все предлагаемые они трудоемки, связаны с решением плохо обусловленных задач и требуют для их применения довольно высокой математической культуры. Поэтому рассмотрим метод определения коэффициентов передаточной функции лишенный вышеперечисленных недостатков.

Предположим, что объект описывается передаточной функцией третьего порядка

$$W_O(p) = \frac{k}{a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1},$$

а модель передаточной функцией первого порядка

$$W_M(p) = \frac{k}{a_M p + 1},$$

где k – известный коэффициент усиления системы; a_M – известный коэффициент модели.

Подадим на вход системы ступенчатое воздействие и найдем изображение сигнала ошибки Δx

$$\Delta x = \frac{k}{(a_M p + 1)p} - \frac{k}{(a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1)p} =$$
$$= \frac{k\left[(a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1 - a_M p - 1)\right]}{(a_M p + 1)(a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1)p} = \frac{((a_3 p^3 + a_2 p^2 + (a_1 - a_M)p)k}{p(a_M p + 1)(a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1)}. \quad (1)$$

Определим оригинал сигнала ошибки Δx

$$\Delta x = \int_0^\infty (X_{BX} - X_{BЫX})e^{-pt}dt = \int_0^\infty \Delta x e^{-pt}dt. \quad (2)$$

В установившемся режиме $(p = 0)$ из выражений (1) и (2) получаем

$$(a_1 - a_M)k = \int_0^{\infty}(X_{BX} - X_{BЫX})dt. \tag{3}$$

Следовательно, для определения коэффициентов дифференциальных уравнений объекта при первой производной необходимо проинтегрировать сигнал ошибки. Если в качестве модели взять усилительное звено, то выражение (3) позволяет сразу определить коэффициент при первой производной. Из (3) получим $a_1 = T_1 / k$, где T_1 – показания прибора, соответствующего однократному интегрированию сигнала ошибки.

С учетом a_1 запишем выражение для определения коэффициента a_2

$$\Delta x = \frac{k}{(a_1 p + 1)p} - \frac{k}{(a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1)p} = \frac{\left(a_3 p^3 + a_2 p^2\right)k}{(a_1 p + 1)\left(a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1\right)p}. \tag{4}$$

Из выражения (4) для установившегося режима получаем соотношение

$$a_2 = \frac{\Delta x}{pk}. \tag{5}$$

Следовательно, для определения коэффициента при второй производной сигнал ошибки следует подать на два последовательно включенных интегратора. Из (5) получаем $a_2 = T_2 / K$, где T_2 – показания прибора, соответствующего двукратному интегрированию сигнала ошибки.

С учетом коэффициентов a_1 и a_2 модели запишем новое выражение для определения коэффициент a_3 объекта (рис.1)

$$\begin{aligned}\Delta x &= \frac{k}{(a_2 p^2 + a_1 p + 1)p} - \frac{k}{(a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1)p} = \\ &= \frac{k a_3 p^3}{\left(a_2 p^2 + a_1 p + 1\right)\left(a_3 p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + 1\right)p}.\end{aligned} \tag{6}$$

Из выражения (6) для установившегося режима получаем

$$a_3 = \frac{\Delta x}{p^2 k}. \tag{7}$$

Следовательно, для определения коэффициента при третьей производной сигнал ошибки следует подать на три последовательно включенных интегратора. Из (7) получаем $a_3 = T_3 / K$, где T_3 – показания прибора, соответствующего трехкратному интегрированию сигнала ошибки.

На рис.1 приведены структурные схемы, иллюстрирующие методику определения коэффициентов передаточной функции через параметры модели.

При выводе уравнений, предполагалось, что на вход системы подается ступенчатое воздействие. Так как тестовый сигнал подается на исследуемый объект и модель, а определение параметров объекта происходит в установившемся режиме, то требования к тестовому сигналу можно упростить. До достижения установившегося значения тестовый сигнал может изменяться по произвольному закону, допускается и перерегулирование, а при достижении установившегося значения он поддерживается на постоянном уровне в течение времени, превосходящем время переходного процесса в исследуемой системе. Структурная схема для определения коэффициентов дифференциальных уравнений третьего порядка при произвольном входном воздействии представлены на рис.1. Возможный вид тестового сигнала представлен на рис.2.

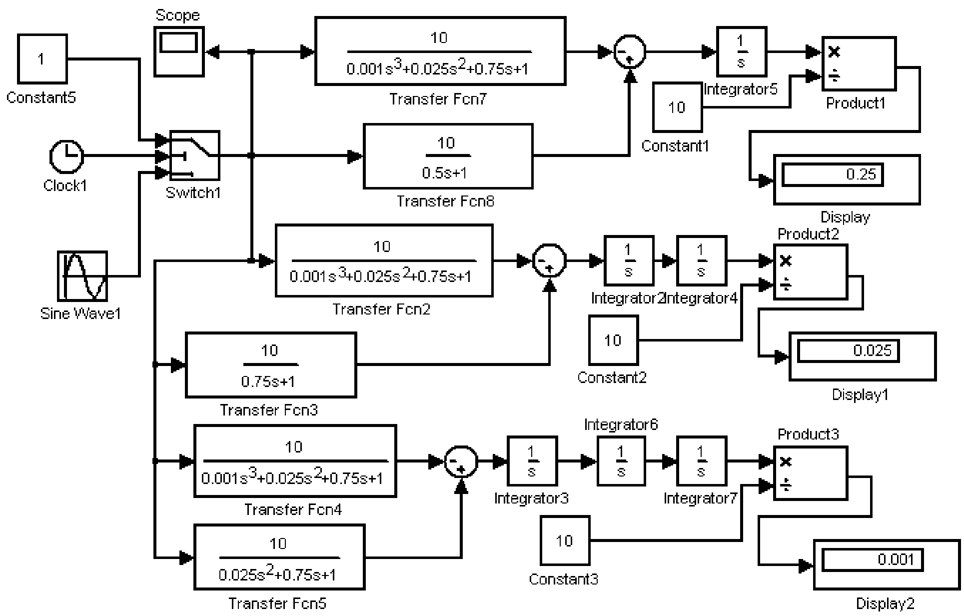

Рис.1. Структурная схема для определения коэффициентов дифференциальных уравнений третьего порядка при произвольном входном воздействии (iden_03_pri.mdl)

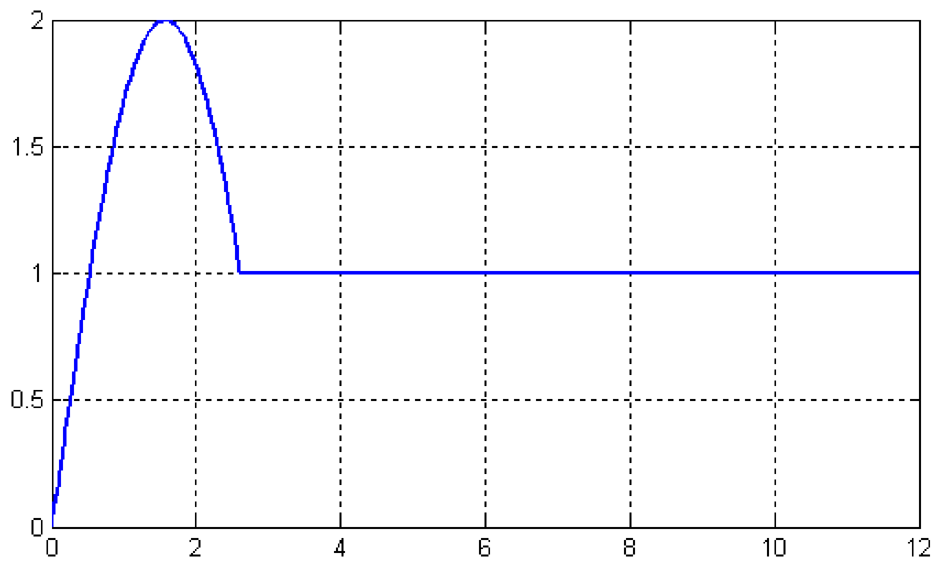

Рис.2. Тестовый сигнал при исследовании структурной схемы рис.1.

Исследования на модели методики идентификации, иллюстрируемой структурной схемой рис.1, показывает, что точность определения коэффициентов не зависит от кривой, характеризующий тестовый сигнал до установившегося значения, не зависит от расположения корней характеристического уравнения объекта и одинакова для объектов, характеризуемых как комплексными так и действительными корнями. Причем, действительные корни могут по абсолютной величине существенно отличаться.

Определим коэффициенты дифференциальных уравнений для объектов, имеющих производную входного сигнала:

$$W(p) = \frac{Y}{X} = \frac{b_1 p + 1}{a_1 p + 1}. \tag{8}$$

Интегрируя сигал ошибки, получим

$$\Delta x = \frac{1}{p} - \frac{b_1 p + 1}{(a_1 p + 1)p} = \frac{(a_1 - b_1)}{a_1 p + 1},$$

$$T_4 = (a_1 - b_1), \tag{9}$$

где T_4 – показания прибора.

Так как в выражение (9) входит два неизвестных параметра, то необходимо привлечь дополнительные условия. Таким условием может быть разнесенные по времени составляющие переходных процессов от числителя и знаменателя. Так как $b_1 < a_1$, то, вводя временную задержку, можно определить значение a_1, а затем по выражению (9) определить коэффициент b_1.

Принципиальная схема, реализующая эти положения, представлена на рис.3

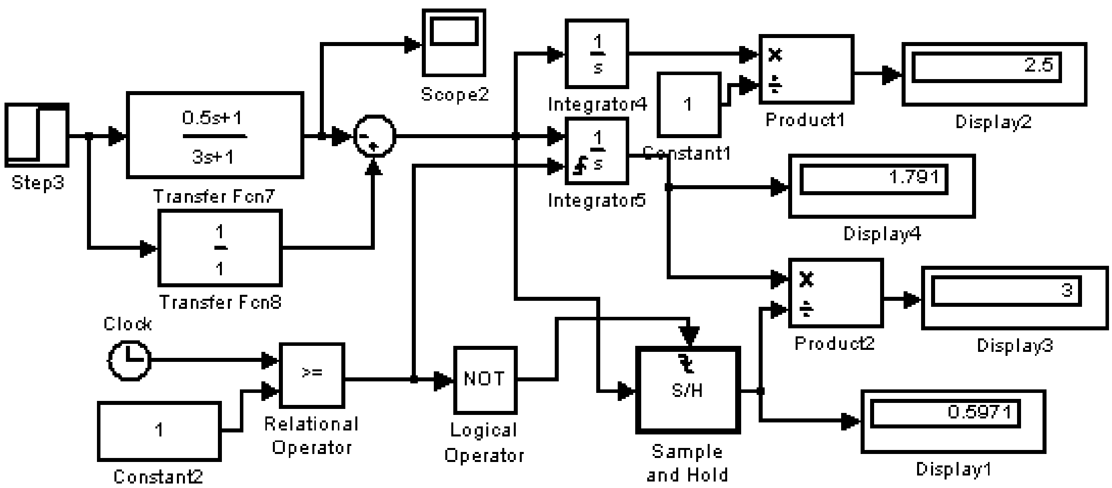

Рис.3. Принципиальная схема для определения коэффициентов передаточной функции вида $W(p) = \dfrac{b_1 p + 1}{a_1 p + 1}$ (iden_11.mdl)

Интегрируя сигнал ошибки с момента подачи ступенчатого воздействия (Integrator 4) получаем сигнал, соответствующий выражению (9) (Display 2), а интегрируя сигнал ошибки после задержки, определяемой блоком Constant 2, – определяем значение коэффициента a_1. Причем, величина задержки практически не влияет на точность определения коэффициентов a_1 и b_1.

При определении коэффициентов передаточной функции более сложного вида $W(p) = \dfrac{b_1 p + 1}{a_2 p^2 + a_1 p + 1}$ принципиальная схема устройства усложняется (рис.3). Показания Display2 связаны с коэффициентами a_1 и b_1 соотношением (9), а для вычисления коэффициентов a_1 и a_2 необходимо в блок Constant ввести число, превосходящее время переходных процессов полинома числителя, а в блок Subsystem ввести значение выходной величины и ее проирводной в точке кривой разгона, определяемой числом блока Constant. Значение выходной величины определяется на выходе сумматора, значение производной – на выходе блока Subsystem 3, а в блоке Subsystem по стробирующим сигналам блока Subsystem 2 водятся начальные условия для определения коэффициентов a_1 и a_2.

Иногда требуется определить не коэффициенты передаточных функций, а постоянные времени отдельных блоков объекта. Такая задача решается при идентификации параметров двигателя постоянного тока (ДПТ).

Приняв за выходную величину ток I и угловую скорость ω, определим передаточные функции ДПТ по току и скорости соответственно:

$$W_I(s) = \frac{I}{U} = \frac{T_M / R_Я p}{T_M T_Э p^2 + T_M p + 1}. \qquad (10)$$

$$W_\omega(s) = \frac{\omega}{U} = \frac{1/ K\Phi}{T_M T_Э p^2 + T_M p + 1}. \qquad (11)$$

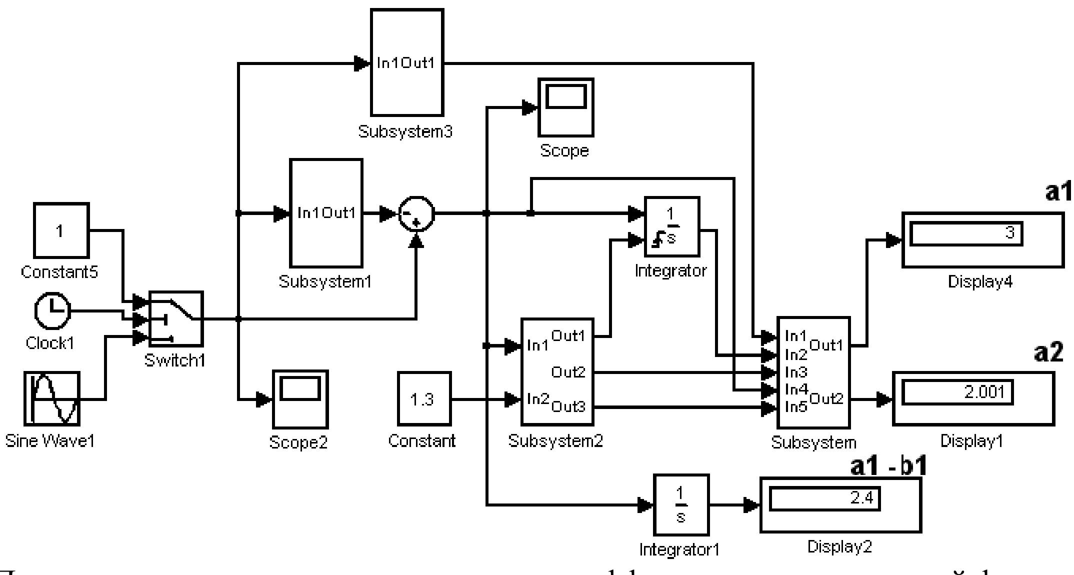

Рис.3.Принципиальная схема для определения коэффициентов передаточной функции вида

$$W(p)=\frac{b_1 p+1}{a_2 p^2+a_1 p+1}=\frac{0.6s+1}{2s+3s+1} \quad \text{(iden\_06\_pri.mdl)}$$

При определении T_M по выражению (10) следует проинтегрировать ток, а полученный результат разделить на число, определяемое соотношением $(U/R_{Я.Ц}-I_{X.X})$, где U – напряжение, подаваемое на двигатель, $R_{Я.Ц}$ - сопротивление якорной цепи, $I_{X.X}$ – ток холостого хода.

При определении T_M по выражению (11) целесообразно использовать методику с подстраиваемой моделью, в качестве которой выступает усилительное звено – $1/К\Phi$. Сигнал ошибки интегрируется, а полученный результат делится на установившееся значение угловой скорости (рис. 4).

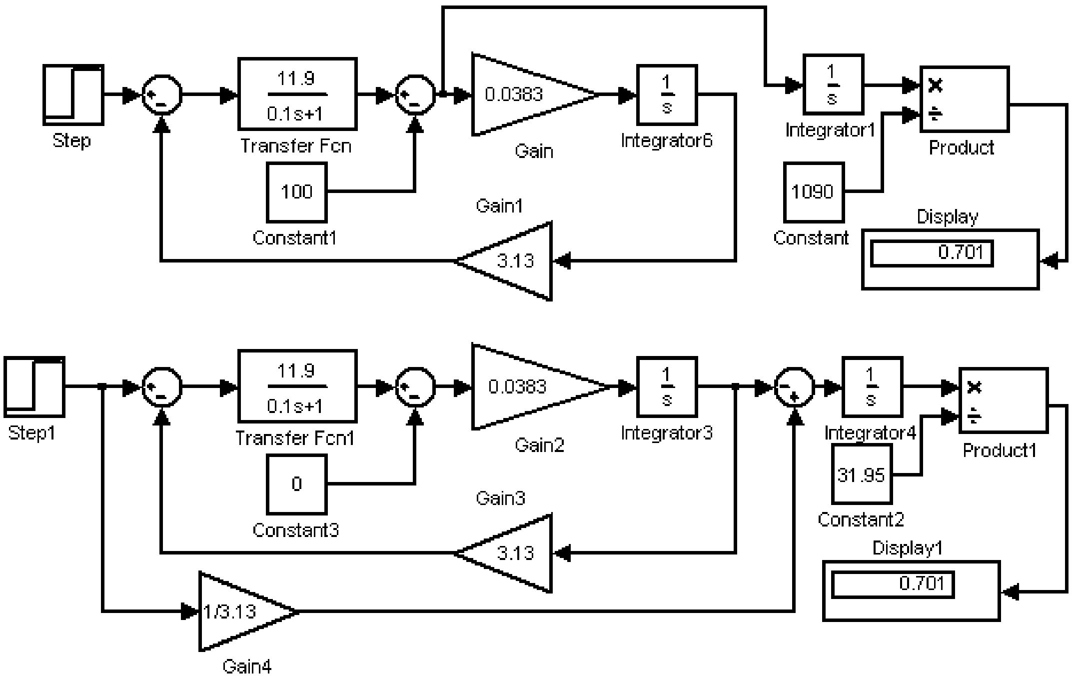

Рис.4. Структурная схема для определения T_M (iden_04.mdl)

Результат определения T_M представлен на дисплеях рис. 4. При обработке осциллограммы тока в блок Constant внесено число, определяемое сопротивлением якорной цепи $R_{Я.Ц}$ и током холостого хода $I_{X.X}$, т.е. $(U/R_Я-I_{X.X})=(100/0{,}084-100)=1090$, а при обработке осциллограммы угловой скорости в блок Constant 2 внесено установившиеся угловая скорость для заданного напряжения $U/К\Phi=100/3{,}13=31{,}95$.

При определении электромагнитной постоянной времени $T_Э$ в зависимости от используемых в системе регулирования датчиков приходится обрабатывать кривые угловой скорости или тока. Если в системе регулирования предусмотрен датчик скорости, то определение $T_Э$ можно осуществить по структурным схемам рис.1, предварительно определив коэффициент a_1 при первой производной (постоянная времени T_M). Тогда $T_Э$ находится из соотношения

$$T_Э T_M = a_2 . \quad (12)$$

Если датчик скорости в системе регулирования отсутствует, то $T_Э$ определяется на заторможенном двигателе по кривой тока с использование модели так же, как и T_M. В этом случае в блок Constant вносится число, определяемое установившемся значением тока.

Определение $T_Э$ мощных заторможенных двигателей встречает трудности: режим прерывистых токов и переменное время запаздывания. Для исключения прерывистых токов приходится повышать напряжение, что может вызвать самопроизвольный запуск двигателя. Поэтому рассмотрим методику определения $T_Э$ на вращающемся двигателе. Параллельно исследуемому ДПТ подключена модель, параметры которой определяются электромеханической постоянной времени T_M

$$W_M(p) = \frac{\Delta x_1}{U} = \frac{T_M}{T_M p + 1} . \quad (13)$$

Выход ДПТ, определяемый выражением (10), интегрируется с последующим изменением масштаба

$$W(p) = \frac{\Delta x_2}{U} = \frac{T_M}{T_M T_Э p^2 + T_M p + 1} . \quad (14)$$

Определим разность Δx выходных сигналов Δx_1 и Δx_2:

$$\Delta x = \Delta x_1 - \Delta x_2 = \frac{T_M}{(T_M p + 1) p} - \frac{T_M}{(T_M T_Э p^2 + T_M p + 1) p} = \frac{T_M^2 T_Э p}{T_M T_Э p^2 + T_M p + 1} . \quad (15)$$

Из (15) после двойного интегрирования получим соотношения

$$T_3 = T_M^2 T_Э , \quad (16)$$

где T_3 – показания прибора, из которого определяется $T_Э$

В соответствии с изложенной методикой на рис.5 представлена структурная схема устройства для определения $T_Э$ на вращающемся двигателе.

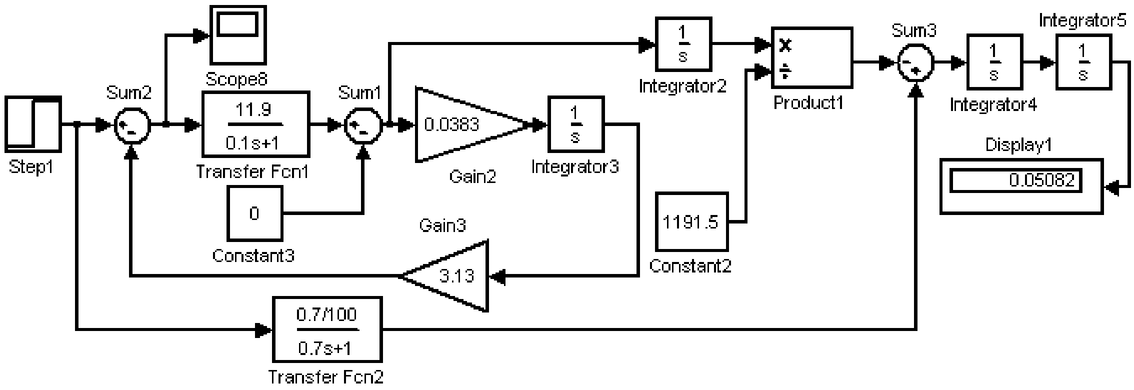

Рис.5. Структурная схема устройства для определения $T_Э$ на вращающемся двигателе (iden_05.mdl)

Параллельно ДПТ подключена модель, определяемая выражением (13). Выходной сигнал ДПТ, определяемый (10), интегрируется и масштабируется. Масштабирование осуществляется делением на $(U/R_Я - I_{X.X})$ ($U/R_Я = 1191{,}5$). При последующем интегрировании сигнала ошибки получаем данные T_3 для определения $T_Э$ по выражению (16).

Следует отметить, что схема определения $T_Э$ на вращающемся двигателе чувствительно к параметрам настройки. Критерием правильности определения настройки модели и параметров блока Constant 2, является отсутствие ошибки на выходе сумматора Sum 3 в установившемся режиме.

Таким образом, предложенная методика достаточно проста и ее положения могут быть применены к идентификации промышленных объектов.

Список литературы

1. Дейч А.М. Методы идентификации динамических объектов. – М.: Энергия,1979. – 240 с.
2. Балакирев В.С., Дудников Е.Г., Лривсунов В.И., и др. Экспериментальное определение динамических характеристик промышленныхобъектов управления. – М.: Энергия, 1967. – 232 с.
3. Разработка устройств для определения постоянных времени одноемкостных и двухемкостных звеньев систем автоматического регулирования: Отчет о НИР /Днепропетровский горный институт; руководитель Соседка В. Л. – № 74042979. – Д.: – 1976 г.