

О.И. Саблин*(Украина, Днепропетровск, Национальный университет железнодорожного транспорта)*

ИНТЕРГАРМОНИКИ ТЯГОВОГО ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ НА ТОКОПРИЕМНИКЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТРАНСПОРТА ПОСТОЯННОГО ТОКА

На сегодняшний день около 46% магистрального и пригородного, весь шахтный и карьерный железнодорожный, а также весь городской электрический транспорт Украины работает на постоянном токе. Электровозы, электропоезда, мотор-вагоны метрополитенов, трамваи и троллейбусы питаются постоянным напряжением номинальным значением от 600 до 3000 В. Однако силовые электрические цепи упомянутого электроподвижного состава (ЭПС) постоянного тока, имея свое название лишь по роду питающего напряжения (постоянного), фактически являются нелинейными цепями переменного тока, так как традиционно не учитывается тот факт, что реальный тяговый ток $I(t)$, потребляемый из сети, является резко переменным во времени. Кроме этого, и напряжение на токоприемнике $U(t)$ по роду постоянное, фактически таким не остается, а подвержено значительным колебаниям.

Указанные изменения тока и напряжения носят случайный и непериодический характер, зависят от множества факторов (массы поезда, сопротивления движению, режима управления поездом) и являются реакцией напряжения и тока питающей сети на резкопеременную нагрузку данного ЭПС. На рис.1 приведены временные диаграммы напряжения на токоприемнике и потребляемого тока трамвая с реостатным регулированием напряжения на тяговых электродвигателях.

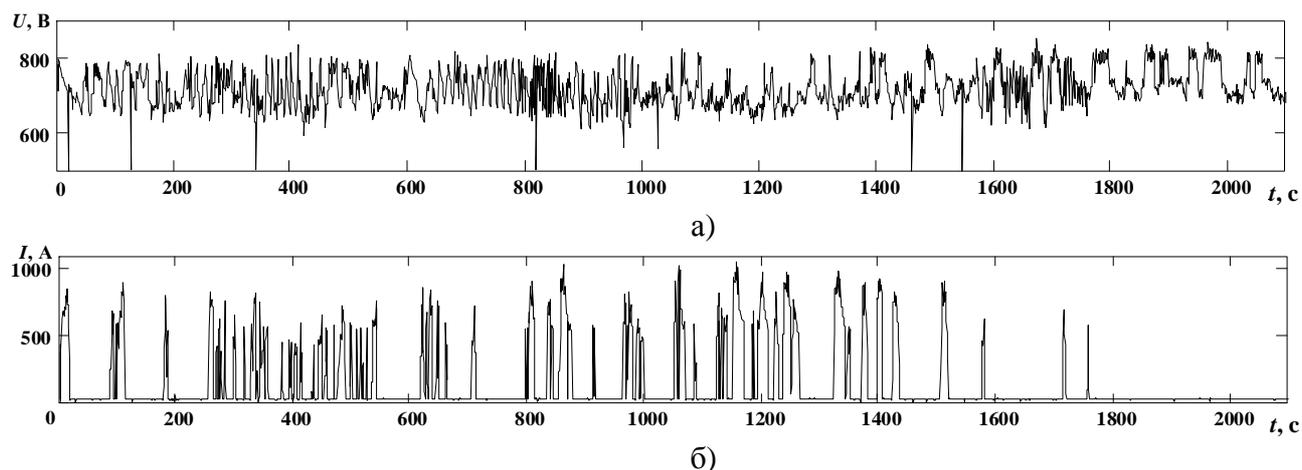


Рис.1. Графики изменения во времени напряжения на токоприемнике (а) и потребляемого тока (б) трамвая с реостатным регулированием

С учетом изложенного и с точки зрения систем электроснабжения любая единица ЭПС постоянного тока является нелинейной случайно-параметрической нагрузкой, технологически искажающей формы напряжения

на токоприемнике и тягового тока. При этом традиционно, до настоящего времени считается, что в таких системах реактивная мощность отсутствует, понятие коэффициента мощности к ним не используется и поэтому электропотребление определяют лишь по расходу активной энергии. Ошибочность таких подходов, по нашему мнению, связана с тем, что не учитываются упомянутые выше и фактически существующие непрерывные стохастические изменения постоянных тягового тока $I(t)$ и питающего напряжения $U(t)$.

В связи с вышесказанным, целью настоящей работы, является обратить внимание на то, что системы электрического транспорта постоянного тока по своей сущности являются системами переменного тока и поэтому требуют энергетического анализа с позиций теории цепей переменного тока.

В свою очередь, указанный анализ возможен при знании спектрального состава тягового тока и напряжения на токоприемнике ЭПС постоянного тока. Судя по графикам на рис.1, можно предположить, что спектры $U(t)$ и $I(t)$ будут содержать низкочастотные гармоники, которые в промышленных сетях принято называть интергармониками (субгармониками) [1]. Интергармоники – это гармонические колебания с частотами, не кратными частоте питающей сети, находящимися в пределах $0 < f_{uz} < 50$ Гц. Они возникают в электрических системах при работе резкопеременных нагрузок, то есть, когда потребители электрической энергии постоянно или кратковременно работают в неустановившемся режиме и носят вероятностную природу.

Поскольку, как уже было отмечено выше, ток и напряжение изменяются случайным образом, а точнее являются случайными процессами, то для анализа спектров $I(t)$ и $U(t)$ необходимо применение вероятностных методов, основным из которых является спектрально-корреляционная теория случайных функций. Гармонический состав тока и напряжения ЭПС постоянного тока, таким образом, необходимо принимать вероятностным.

Для спектрального анализа реализаций случайных функций $I(t)$ и $U(t)$ возможно применение двух методов, назовем их: спектрально-статистический и спектрально-корреляционный.

Первый способ состоит в применении известного, но быстрого, преобразования Фурье (БПФ) непосредственно к самому графику токовой нагрузки $I(t)$ или напряжения на токоприемнике $U(t)$ (рис.1). Условием его применения есть такая длительность T реализаций $U(t)$ и $I(t)$, при которой успевают проявиться все наиболее характерные их свойства (например, среднеквадратические значения). Тогда каждую такую реализацию $U(t)$ и $I(t)$ можно рассматривать как детерминированную несинусоидальную функцию (обозначим ее $f(t)$) не на интервале $[0, T]$, а продолженную периодически за пределы этого интервала. То есть, надо преобразовать непериодическую функцию в периодическую с произвольным периодом T (рис.2), для которой справедливо разложение в ряд Фурье [2]. Однако функция $f(t)$ несинусоидальная, и поэтому применение известного прямого интегрального преобразования Фурье

$$F(j\omega) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt = F(\omega)e^{j\omega(\omega)} \quad (1)$$

для спектрального анализа реализации этой случайной функции практически затруднительно, а потому необходимо использование дискретного преобразования Фурье. Для этого дискретизируем произвольную реализацию функции $f(t)$ длительностью T на интервалы времени $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ (рис.2) по теореме Котельникова [3]. На рис.2: N – общее количество интервалов дискретизации; $n = 1, 2, \dots, N$; тогда $\Delta t = \frac{T}{N}$.

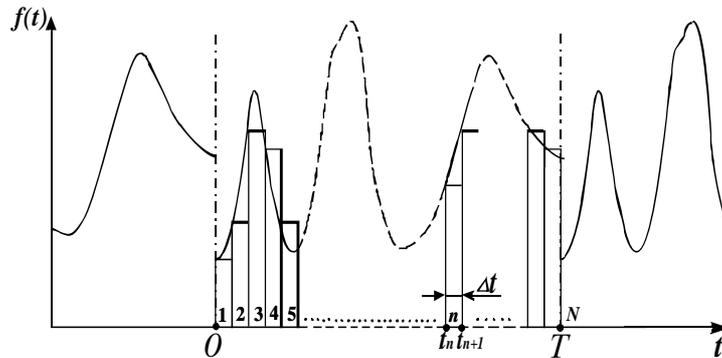


Рис.2. Дискретизация реализации случайной функции $f(t)$

В результате дискретизации получаем последовательность δ -импульсов, умноженных на значение $f(n\Delta t)$ функции $f(t)$ в моменты взятия отсчетов,

$$f_{\delta}(n\Delta t) = \sum_{n=1}^N f(n\Delta t) \delta(t - n\Delta t) \quad (2)$$

или, переходя к безразмерным интервалам дискретизации, запишем

$$f_{\delta}(n) = \sum_{n=1}^N f(n) \delta\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right). \quad (3)$$

Подставим выражение (3) в формулу спектральной плотности n -го прямоугольного импульса

$$F(j\omega_k) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} f_{\delta}(n) e^{-j\omega_k t} dt, \quad (4)$$

имеем

$$F(j\omega_k) = \int_{t_n}^{t_{n+1}} \sum_{n=1}^N f(n) \delta\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right) e^{-j\omega_k t} dt. \quad (5)$$

Изменяя порядок интегрирования и суммирования и учитывая „фильтрующее” свойство δ -функции, а также то, что дискретная угловая частота $\omega_k = \frac{2\pi}{T}k$, а $t_n = n\Delta t$, получаем (4) в виде

$$\begin{aligned}
 F(j\omega_k) &= \sum_{n=1}^N f(n) \int_{t_n}^{t_{n+1}} \delta\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right) e^{-j\frac{2\pi}{T}kt} dt = \\
 &= -\frac{T}{j2\pi k} \sum_{n=1}^N f(n) \left[e^{-j\frac{2\pi}{T}k(t_n + \Delta t)} - e^{-j\frac{2\pi}{T}kt_n} \right] = \\
 &= -\frac{T}{j2\pi k} \sum_{n=1}^N f(n) \left[e^{-j\frac{2\pi}{T}k(n+1)\Delta t} - e^{-j\frac{2\pi}{T}kn\Delta t} \right] = \\
 &= F(\omega_k) e^{-j\psi(\omega_k)}. \tag{6}
 \end{aligned}$$

Тогда амплитуда $A_m^{(k)}$ k -й гармоники искомого ряда Фурье функции

$$f(t) = \sum_{k=1}^s A_m^{(k)} \sin(k\omega t + \psi^{(k)}) \tag{7}$$

определится по формуле [10]

$$A_m^{(k)} = \frac{2F(\omega_k)}{T}, \tag{8}$$

а начальная фаза $\psi^{(k)}$ – согласно (6).

Изложенный способ позволяет определять лишь амплитудно-частотную и фазовую характеристики этого конкретного графика, который является частным случаем рассматриваемой случайной функции (тока или напряжения) – одной из ее реализаций. Однако большинство графиков резкопеременных нагрузок содержит случайную составляющую, что затрудняет получение корректных данных по амплитудам и частотам дискретного спектра интергармоник. Поэтому далее рассмотрим способ определения спектра случайного процесса по его корреляционной функции, то есть, вторым – спектрально-корреляционным методом.

Корреляционная функция, являясь важнейшей характеристикой случайного процесса, характеризует его внутреннюю структуру, она позволяет судить о степени зависимости между значениями тока или напряжения в различные моменты времени работы ЭПС. Известно, что оценка корреляционной функции случайного процесса определяется выражением [4]

$$K_I(\Phi) = \frac{1}{T - \Phi} \sum_{t=0}^{T-\Phi} (I(t) - m_I)(I(t + \Phi) - m_I), \tag{9}$$

где T – период, на котором задана реализация случайной функции тока (напряжения); $I(t)$, $I(t+\tau)$ – соответственно значение случайной функции в моменты времени t и $(t+\tau)$; m_I – математическое ожидание случайного процесса.

Приведенным выражением (9) рекомендуется пользоваться при $\tau < T/5$, так как при больших значениях τ погрешность оценки корреляционной функции возрастает. На рис. 3 представлены корреляционные функции для графиков напряжения и тока (для рис. 1) трамвая с реостатным регулированием.

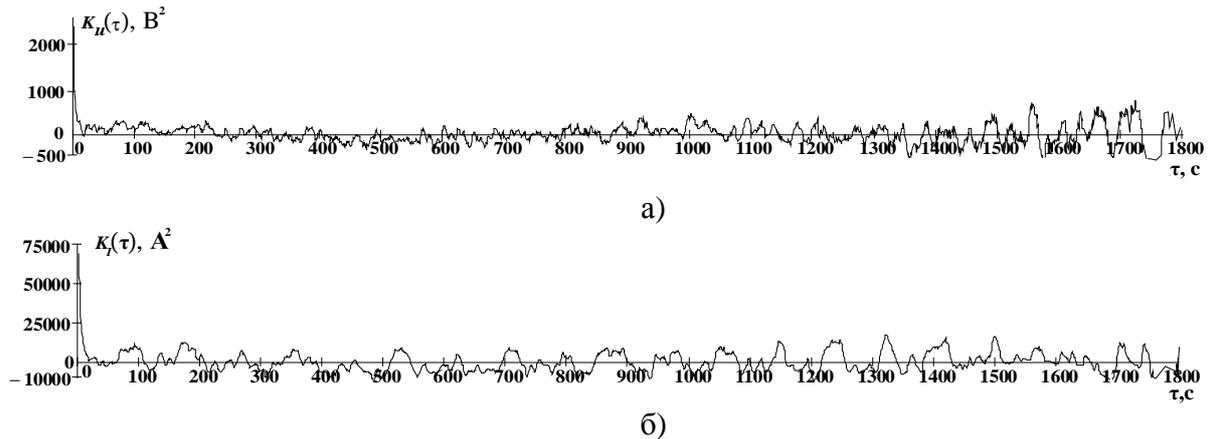


Рис.3. Корреляционные функции напряжения на токоприемнике и тягового тока

Как видно, оценки корреляционных функций представляются незатухающими кривыми, а известно, что незатухание корреляционной функции с увеличением τ свидетельствует о неэргодичности случайного процесса. Одной из наиболее характерных причин неэргодичности стационарного случайного процесса является наличие в нем периодических составляющих. Незатухающая часть корреляционной функции (так называемый “хвост”) содержит те же частоты, что и сам случайный процесс [4]. В связи с этим для анализа спектрального состава низкочастотных периодических составляющих тока и напряжения нагрузки (ЭПС) целесообразно применять преобразование Фурье не к самому случайному процессу, а к “хвосту” корреляционной функции, что обеспечит фильтрацию периодических составляющих от случайного процесса, который будет описываться одним из видов корреляционных функций

$$K(\phi) = D e^{-\alpha|\phi|}, \quad (10)$$

$$K(\phi) = D e^{-\alpha|\phi|} \cos \omega_0 \phi, \quad (11)$$

$$K(\phi) = D e^{-\alpha|\phi|} \left(\cos \omega_0 \tau + \frac{\delta}{\omega_0} \sin \omega_0 |\phi| \right), \quad (12)$$

где D – дисперсия случайного процесса; α – коэффициент затухания корреляционной функции; ω_0 – собственная частота корреляционной функции.

Будем считать, что “хвост” корреляционной функции начинается с момента времени τ_0 , когда корреляционная функция случайного процесса практически равна нулю. Тогда согласно [5]

$$\Phi_0 \geq 3\Phi_k, \quad (13)$$

где τ_k – интервал корреляции

$$\Phi_k = \frac{\int_0^{\infty} |K(\phi)| d\phi}{K(0)}. \quad (14)$$

Представим тяговый ток ЭПС постоянного тока (или напряжение на его токоприемнике) в виде суммы случайного процесса $I'(t)$ с затухающей корреляционной функцией, описываемой каким либо выражением из (10)-(12) и низкочастотных периодических составляющих

$$I(t) = I'(t) + \sum_{\kappa=1}^n I_m^{(\kappa)} \sin(\kappa\omega t + \psi^{(\kappa)}), \quad (15)$$

где $I_m^{(\kappa)}$ – постоянные амплитуды периодических составляющих случайного процесса изменения тягового тока ЭПС; $\kappa\omega$ – частоты периодических составляющих; $\psi^{(\kappa)}$ – начальные фазы.

Если интервал регистрации случайной функции T намного больше периода $\frac{2\pi}{\kappa\omega}$ наименьшей из низкочастотных составляющих, то выражение (9) можно записать как

$$K_I(\phi) = K'_I(\phi) + \sum_{\kappa=1}^n \frac{I_m^{(\kappa)2}}{2} \cos(\kappa\omega\phi), \quad (16)$$

где $K'_I(\tau)$ – какая-либо из корреляционных функций вида (10 – 12).

Таким образом, если в случайном процессе изменения тягового тока (напряжения) присутствуют синусоидальные составляющие, то „хвост” корреляционной функции представляет собой сумму косинусов тех же частот, амплитуды которых равны половине квадрата амплитуд синусоидальных составляющих графика тягового тока (напряжения), то есть, второе слагаемое в (16) является поправкой на периодичность в эргодическом случайном процессе $I'(t)$ с затухающей корреляционной функцией $K'_I(\tau)$.

Для получения амплитудного спектра разложим кривые напряжения на токоприемнике и тягового тока обоими способами. Для этого можно пользоваться БПФ, однако лишь в тех случаях, когда реализация случайной функции состоит строго из 2^n отсчетов, где n – целое положительное число. Поскольку реализации не всегда могут задаваться 2^n точками (это зависит от длительности

записи, тактовой частоты пишущего прибора и т.д.), то для разложения воспользуемся обычным прямым преобразованием Фурье с кусочно-постоянной интерполяцией между значениями разлагаемой величины. В этом случае, после упрощения выражения (6) разложение в ряд реализуем по формуле для k – й комплексной гармоники тока

$$\underline{I}^{(k)} = -\frac{1}{j\pi k} \sum_{n=1}^N I_n e^{-j2\pi \frac{1}{N} kn} (e^{-j2\pi \frac{1}{N} k} - 1), \quad (17)$$

где I_n – n – е значение тока в реализации; N – общее число отсчетов значений тока на интервале времени $[0, T]$.

Результат определения спектрального состава тока по мгновенному графику (по рис.1а) приведен на рис.4а, а по „хвосту” корреляционной функции (рис.3а) – на рис.4б, где шкала по оси частот отложена в логарифмическом масштабе. Для напряжения спектр мгновенного графика соответственно на рис.4в, а спектр „хвоста” корреляционной функции на рис.4г. Все спектры определялись с использованием выражения (17).

Амплитудный спектр, полученный по корреляционной функции, представляет собой распределение дисперсий гармоник по частотам и позволяет оценить энергию гармонических составляющих в общей энергии случайного процесса.

Анализ спектров, полученных разными методами, показывает, что спектр „хвоста” корреляционной функции прорежен, по сравнению со спектром мгновенного графика, то есть, он свободен от случайных колебаний, и содержит лишь амплитуды периодических колебаний, присутствующих в случайном процессе. Спектры мгновенных графиков свидетельствуют о наличии интергармоник в диапазоне 0,0006 – 1,0 Гц, а спектры „хвостов” корреляционных функций мгновенных графиков – в диапазоне 0,0006 – 0,1 Гц.

Поскольку случайная нагрузка ЭПС постоянного тока меняется в зависимости от множества факторов, а токи и напряжения являются случайными процессами, то из спектров даже конкретных реализаций невозможно говорить о том, что в сети существуют гармоники той или иной частоты, поскольку такие спектры могут показывать лишь какие-то усредненные амплитуды и частоты гармоник, протекавших в системе на интервале времени рассматриваемой реализации. Например, если какую-либо реализацию (рис.1) разбить на части, то на любом из отрезков времени будут различные спектры как по амплитудам, так и по частотам.

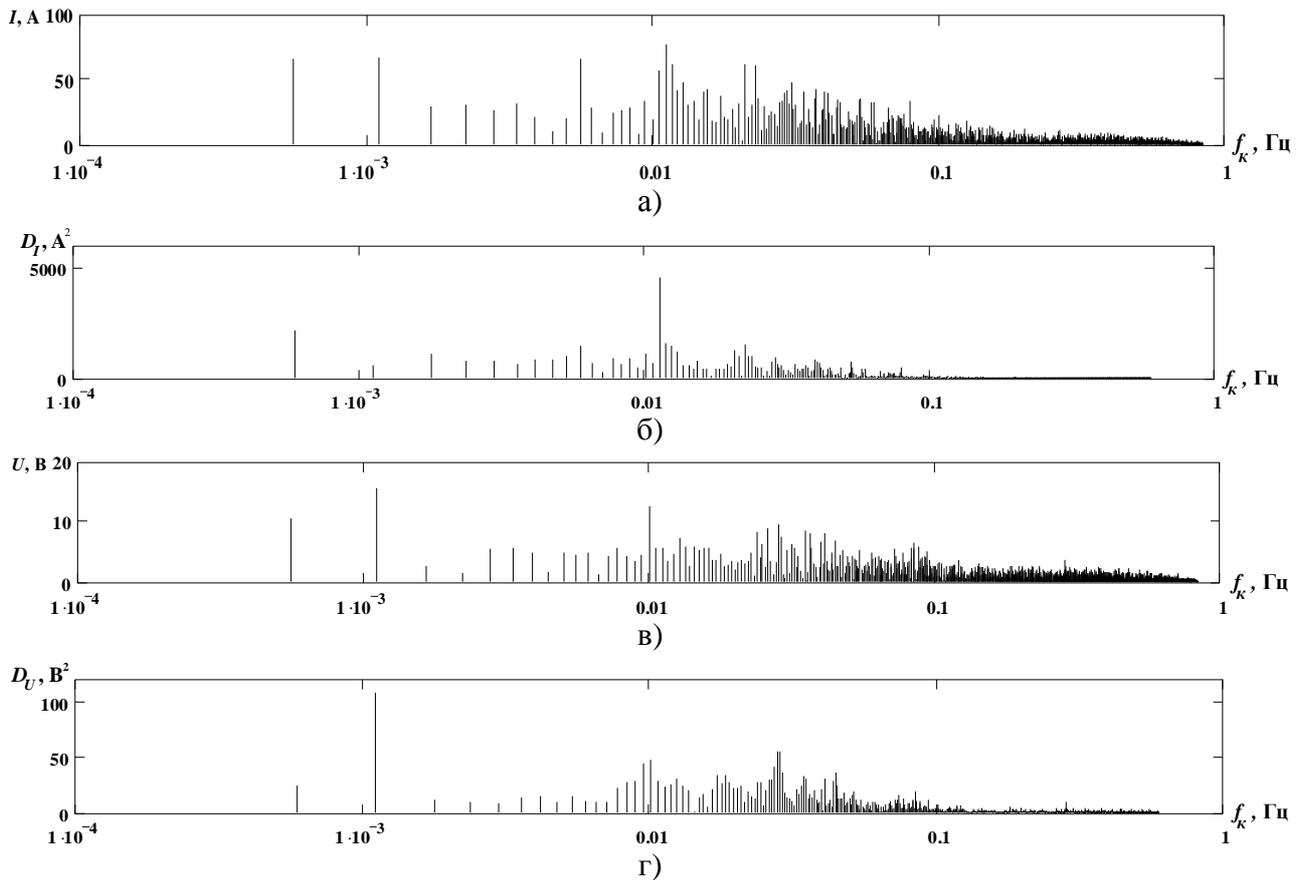


Рис.4. Спектры тягового тока и напряжения на токоприемнике

В последнее время в промышленной электроэнергетике интенсивно ведутся исследования негативного влияния интергармоник, разрабатывается теория и методы их подавления, поскольку эти вопросы вплотную связаны с проблемами энергосбережения и надежности функционирования электрооборудования. Интергармоники вызывают дополнительный нагрев оборудования и, как следствие, сокращение срока службы изоляции, а также являются причиной дополнительных потерь активной электроэнергии, ошибочного функционирования устройств связи, измерения, управления и регулирования. В промышленных сетях низкочастотные гармоники также вызывают колебания и искажения синусоидальной формы питающего напряжения, а токи интергармоник могут явиться причиной перегрузки фильтров высших гармоник [6].

Таким образом, в электрооборудовании и сетях электроснабжения системы электрического транспорта постоянного тока содержатся интергармоники, влияние которых до настоящего времени не исследуется, что является важнейшей последующей задачей.

Список литературы

1. Жежеленко И.В. Высшие гармоники в системах электроснабжения. – М.: Энергоатомиздат, 2004. – 386с.
2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том III. – М.: Наука, 1966. – 656с.
3. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. – М.: Сов. радио, 1977. – 608с.

