УДК 621.314.5

О.М. Андрусенко, д-р техн. наук, А.В. Некрасов, канд. техн. наук, А.В. Решетняк

(Україна, Кременчуцький державний політехнічний університет)

Розрахунок втрат в асинхронному двигуні в динамічних режимах при живленні від індуктивно-ємнісного перетворювача

Під час розрахунку втрат енергії в обмотках асинхронних двигунів у перехідних режимах рекомендують використовувати формулу [1, 2]

$$\Delta A_{\Sigma} = \gamma \frac{J\omega_c^2}{2}\left(1+\frac{r_1}{r_2}\right)+3I_{\mu}^2 r_1 t_n, \qquad (1)$$

де γ – безрозмірний коефіцієнт, який залежить від моменту опору на валу двигуна; J – сумарний момент інерції приводу, приведений до вала двигуна; ω_c – статична кутова швидкість двигуна; t_n – час перехідного процесу.

Однак додаткові пускові втрати виявляються більшими, ніж розраховані за формулою (1). Існуюча методика розрахунку пускових втрат базується на тому, що під час пуску асинхронного двигуна відсутні електромагнітні перехідні процеси, тому перехідний процес визначається тільки механічною інерцією. Припускається, що в обмотках машини у перехідних режимах протікають такі ж струми, як і в сталому, тобто не враховуються вільні складові струмів. Вплив електромагнітних перехідних процесів при пуску двигуна проявляється в тому, що дійсні пускові втрати виявляються більшими, ніж розраховані за формулою (1).

Для аналітичного опису електромагнітних процесів, які відбуваються в асинхронному двигуні, зручно використовувати метод узагальнення просторових векторів. Теорія узагальнення машини детально розглянута в роботах [3, 4, 5], а методи розрахунку асинхронного приводу в різних системах координат – [6, 7]. Узагальнена електрична машина є ідеалізованою і для неї застосовуються припущення: магніторушійні сили, які створені фазними струмами, синусоїдально розподілені вздовж повітряного проміжку, тобто зневажають просторовими вищими гармонічними намагнічувальними силами і магнітними полями; усі три фази машини приймаються симетричними; не враховується вплив пазів; насиченість і втрати в сталі відсутні; параметри обмоток приведені. У системі координат, яка обертається з деякою кутовою швидкістю $\omega_к$ диференційні рівняння асинхронного двигуна в узагальнених векторах мають вигляд [4, 5]:

$$\overline{U}_1 = \bar{I}_1 R_1 + \frac{d\overline{\psi}_1}{dt} + j\omega_k \psi_1; \qquad (2)$$

$$\overline{U}_2 = \bar{I}_2 R_2 + \frac{d\overline{\psi}_2}{dt} + j\left(\omega_k - z_p\omega\right)\overline{\psi}_2; \qquad (3)$$

$$\overline{\psi}_1 = I_1 L_1 + L_0 \bar{I}_2; \qquad (4)$$

$$\overline{\psi}_2 = \bar{I}_2 L_2 + L_0 \bar{I}_1, \qquad (5)$$

де U_1, $\bar{I}_1$, $\overline{\psi}_1$, $\overline{U}_2$, $\bar{I}_2$, $\overline{\psi}_2$ – відповідно результуючі просторові вектори напруги, струму і струмозчеплення обмоток статора і ротора; ω, $\omega_к$ – відповідно кутові швидкості ротора двигуна і координатних осей; $L_1 = L_{1\sigma} + L_0$, $L_2 = L_{2\sigma} + L_0$ – еквівалентна повна індуктивність відповідно обмотки статора і ротора; $L_{1\sigma}$, $L_{2\sigma}$ – індуктивності поля розсіювання; $L_0 = 3/2L_{12}$ – повна еквівалентна взаємна індуктивність, яка, внаслідок впливу струмів інших фаз, у півтора раза більша самоіндуктивності однієї фази, окремо взятої [5]; z_p – кількість пар полюсів.

Узагальнені (результуючі) вектори визначаються відомими виразами [4, 5]. Так, наприклад, результуючий вектор струму статора

$$\bar{I}_1 = \frac{2}{3}\left(i_A + \bar{a} i_B + \bar{a}^2 i_C\right), \qquad (6)$$

де i_A, i_B, i_C – миттєві значення струмів відповідних фаз; $\bar{a}$, $\bar{a}^2$ – покажчики повороту на 120 і 240°.

Миттєві значення струмів окремих фаз статора і ротора будь-якого моменту часу визначаються як проекції відповідних векторів на осі обмоток статора і ротора. У нерухомій системі координат (α, β) результуючий вектор струму можна розкласти на дійсну та уявну складові:

$$\bar{I}_1 = i_{1\alpha} + j i_{1\beta}. \qquad (7)$$

При цьому трифазна машина замінюється еквівалентною двофазною. Аналітична залежність між складовими α, β і миттєвими значеннями струму окремих фаз [5] має вигляд:

$$i_{1\alpha} = Re\left(\bar{I}_1\right) = Re\left[\frac{2}{3}\left(i_A + \alpha i_B + \alpha^2 i_c\right)\right] = \frac{2}{3}\left[i_A - \frac{\left(i_B + i_C\right)}{2}\right]; \qquad (8)$$

$$i_{1\beta} = I_m\left(\bar{I}_1\right) = I_m\left[\frac{2}{3}\left(i_A + \alpha i_B + \alpha^2 i_c\right)\right] = \frac{i_B - i_C}{\sqrt{3}}. \qquad (9)$$

Якщо $i_A + i_B + i_C = 0$ то з формули (8) випливає, що $i_\alpha = i_A$.

Перехід від системи координат, зв’язаної зі статором (α, β) до системи (d, q) зв’язаної з ротором, здійснюється за формулами [4, 5]:

$$\bar{I}_{1(d,q)} = \bar{I}_{1(\alpha,\beta)} e^{-j\varphi_d}; \qquad (10)$$

$$\bar{I}_{1(\alpha,\beta)} = \bar{I}_{1(d,q)} e^{j\varphi_d}, \qquad (11)$$

де $\bar{I}_{1(\alpha,\beta)}, \bar{I}_{1(d,q)}$ – вектори статорного струму відповідно в нерухомій (статорній) і обертовій системах координат; φ_d - кут між дійсною віссю d обертової системи координат і віссю обмотки фази A статора (вісь α нерухомої системи координат).

Вихідні вирази (2)-(5) дійсні у будь-якій системі координат, але при цьому векторні величини ротора і статора повинні бути записані в одній системі координат за допомогою формул (10), (11).

Підставляючи вирази потокозчеплень (4), (5) у (2), (3), отримаємо формули, в яких фігурують лише струми:

$$\overline{U_1} = \bar{I}_1 R_1 + \frac{d}{dt}\left(\bar{I}_1 L_1 + L_0 \bar{I}_2\right) + j\omega_k\left(\bar{I}_1 L_1 + L_0 \bar{I}_2\right); \tag{12}$$

$$\overline{U_2} = \bar{I}_2 R_2 + \frac{d}{dt}\left(\bar{I}_2 L_2 + L_0 \bar{I}_1\right) + j\left(\omega_k - z_p\omega\right)\left(\bar{I}_2 L_2 + L_0 \bar{I}_1\right). \tag{13}$$

Розкладаючи (12), (13) на дійсну та уявну частини, для нерухомої системи координат отримаємо:

$$U_{1\alpha} = i_{1\alpha} R_1 \left(1 + T_1 p\right) + L_0 p i_{2\alpha}; \tag{14}$$

$$U_{1\beta} = i_{1\beta} R_1 \left(1 + T_1 p\right) + L_0 p i_{2\beta}; \tag{15}$$

$$U_{2\alpha} = i_{2\alpha} R_2 \left(1 + T_2 p\right) + L_0 p i_{1\alpha} + z_p \omega L_0 i_{1\beta} + z_p \omega L_2 i_{2\beta}; \tag{16}$$

$$U_{2\beta} = i_{2\beta} R_2 \left(1 + T_2 p\right) + L_0 p i_{1\beta} - z_p \omega L_0 i_{1\alpha} - z_p \omega L_2 i_{2\alpha}. \tag{17}$$

З метою спрощення (14), (17) можна, використовуючи (4), (5), записати струми через потокозчеплення:

$$\bar{I}_1 = \bar{\psi}_1 / L_1^n - k_2 \bar{\psi}_2 / L_1^n = \frac{\bar{\psi}_1 - k_2 \bar{\psi}_2}{L_1^n}; \tag{18}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{\psi}_2 / L_2^n - k_1 \bar{\psi}_1 / L_2^n = \frac{\bar{\psi}_2 - k_1 \bar{\psi}_1}{L_2^n}, \tag{19}$$

де $k_1 = L_0 / L_1$, $k_2 = L_0 / L_2$ – коефіцієнти зв'язку статора і ротора; $k = k_1 k_2$ – результуючий коефіцієнт зв'язку; $\sigma_1 = L_{\sigma 1} / L_0 = 1 - k_1, \sigma_2 = L_{\sigma 2} / L_0 = 1 - k_2$ – відповідно коефіцієнти розсіювання статора і ротора; $\sigma = \left(L_1 L_2 - L_0^2\right) / L_1 L_2 = 1 - k = 1 - k_1 k_2 = \sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_1 \sigma_2$ – результуючий коефіцієнт розсіювання; $L_1^n = L_1 - L_0^2 / L_2 = \sigma L_1$ – перехідна індуктивність статора; $L_2^n = L_2 - L_0^2 / L_1 = \sigma L_2$ – перехідна індуктивність ротора.

Підставляючи в (2), (3) вираз струмів з (18), (19), отримаємо:

$$\overline{U}_1 = \frac{d\overline{\psi}_1}{dt} + \left(\frac{R_1}{L} + j\omega_k\right)\overline{\psi}_1 - k_2 \frac{R_1}{L_1^n}\overline{\psi}_2; \tag{20}$$

$$\overline{U}_2 = \frac{d\overline{\psi}_2}{dt} + \left[\frac{R_2}{L_2'} + j(\omega_k - z_p\omega)\right]\overline{\psi}_2 - k_1 \frac{R_2}{L_2^n}\overline{\psi}_1. \tag{21}$$

Наведені рівняння є більш зручними для дослідження перехідних процесів, оскільки у кожному виразі знаходяться лише похідні лише одного з невідомих потокозчеплень і не вміщують невідомі струми.

Після визначення потоків за формулами (18), (19) можна розрахувати струми статора і ротора.

Розкладаючи (20), (21) на дійсну й уявну частини, для нерухомої системи координат α, β $(\omega_k = 0)$ маємо:

$$U_{1\alpha} = \frac{d\psi_{1\alpha}}{dt} + \frac{R_1}{L_1^n}\psi_{1\alpha} - k_2 \frac{R_1}{L_1^n}\psi_{2\alpha}; \tag{22}$$

$$U_{1\beta} = \frac{d\psi_{1\beta}}{dt} + \frac{R_1}{L_1^n}\psi_{1\beta} - k_2 \frac{R_1}{L_1^n}\psi_{2\beta}; \tag{23}$$

$$U_{2\alpha} = \frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} + \frac{R_2}{L_2^n}\psi_{2\alpha} - k_1 \frac{R_2}{L_2^n}\psi_{1\alpha} + z_p\omega\psi_{2\beta}; \tag{24}$$

$$U_{2\beta} = \frac{d\psi_{2\beta}}{dt} + \frac{R_2}{L_2^n}\psi_{2\beta} - k_1 \frac{R_2}{L_2^n}\psi_{1\beta} + z_p\omega\psi_{2\alpha}. \tag{25}$$

Для дослідження перехідних процесів необхідно отримані рівняння доповнити рівнянням обертального моменту і рівнянням руху приводу. Момент двигуна визначається за одним із виразів [4, 5]:

$$\left.\begin{aligned} M &= \frac{3}{2} z_p \overline{\psi}_1 \times \overline{I}_1; \\ M &= -\frac{3}{2} z_p \overline{\psi}_2 \times \overline{I}_2. \end{aligned}\right\} \tag{26}$$

Підставляючи в перше рівняння системи, наприклад, значення векторів струму і потокозчеплень, виражених у системі координат α β і d q отримаємо

$$\left.\begin{aligned} M &= \frac{3}{2} z_p \left(\psi_{1\alpha} i_{1\beta} - \psi_{1\beta} i_{1\alpha}\right); \\ M &= -\frac{3}{2} z_p \left(\psi_{1d} i_{1q} - \psi_{1q} i_{1d}\right). \end{aligned}\right\} \tag{27}$$

Рівняння руху приводу

$$M - M_C = J\frac{d\omega}{dt}. \tag{28}$$

Для розв′язку представимо отримані диференційні рівняння (22)-(25), (28) у нормальній формі Коші, тобто відносно похідних змінних величин [8]:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d\psi_{1\alpha}}{dt} &= U_{1\alpha} - \frac{R_1}{L_1^n}\psi_{1\alpha} + k_2\frac{R_1}{L_1^n}\psi_{2\alpha};\\
\frac{d\psi_{1\beta}}{dt} &= U_{1\beta} - \frac{R_1}{L_1^n}\psi_{1\beta} + k_2\frac{R_1}{L_1^n}\psi_{2\beta};\\
\frac{d\psi_{2\alpha}}{dt} &= U_{2\alpha} - \frac{R_2}{L_2^n}\psi_{2\alpha} + k_1\frac{R_2}{L_2^n}\psi_{1\alpha} - z_p\omega\psi_{2\beta};\\
\frac{d\psi_{2\beta}}{dt} &= U_{2\beta} - \frac{R_2}{L_2^n}\psi_{2\beta} + k_1\frac{R_2}{L_2^n}\psi_{1\beta} + z_p\omega\psi_{2\alpha};
\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \left(M - M_C\right)/J. \tag{30}$$

Рівняння для струмів статора і ротора виразимо через потокозчеплення

$$\left.\begin{aligned}
i_{1\alpha} &= \psi_{1\alpha}/L_1^n - k_2\psi_{2\alpha}/L_1^n;\\
i_{1\beta} &= \psi_{1\beta}/L_1^n - k_2\psi_{2\beta}/L_1^n;\\
i_{2\alpha} &= \psi_{2\alpha}/L_2^n - k_1\psi_{1\alpha}/L_2^n;\\
i_{2\beta} &= \psi_{2\beta}/L_2^n - k_1\psi_{1\beta}/L_2^n.
\end{aligned}\right\} \tag{31}$$

Рівняння (29)-(31) дозволяють дослідити динамічні режими асинхронного двигуна і знайти втрати як у сталих, так і в перехідних режимах [9]. На базі цих рівнянь була складена програма розрахунку, яка дозволяє досліджувати динаміку приводу з урахуванням і без урахування насичення магнітного кола двигуна, який живиться як від джерела напруги, так і джерела струму.

Без урахування втрат у сталі потужність, яка споживається від мережі, і потужність на валу двигуна визначаються як

$$\left.\begin{aligned}
P_1 &= P_Э + \Delta P_1;\\
P_2 &= P_Э - \Delta P_2,
\end{aligned}\right\} \tag{32}$$

де $P_Э = M\omega_0$ – електромагнітна потужність двигуна.

Висновки. В результаті моделювання від різних джерел живлення видно, що при частоті 120…150 включень за годину АД потужністю 1…5 кВт з урахуванням перехідних процесів втрат у статорі на 20…25% більші, ніж розраховані за виразом

$$\Delta A_1 = J\,\frac{\omega_0^2}{2}\left(1+\frac{r_1}{r_2}\right)+\int_0^{t_n} I_\mu^2 r_1 dt\,,$$

а в роторі – на 21…26 % більші, ніж за виразом $\Delta A_2 = J\omega_0^2 \big/ 2$. Оптимальну пускову частоту при живленні від стабілізованого джерела струму слід визначати за умов рівняння тривалості міжкомутаційного інтервалу сталої часу T_2 кола ротора. Отримані вирази дозволяють при живленні від стабілізованого струму визначати вектор потокозчеплення ротора $\overline{\psi}_{2(t)}$ і момент двигуна $M(t)$ на початкових міжкомутаційних інтервалах, коли швидкість двигуна змінюється незначно.

Список літератури

1. Теорія електроприводу: Підручник. /М.Г. Попович, М.Г. Борисюк, В.А. Гаврилюк та ін.; За ред. М.Г. Поповича. – К.: Вища шк., 1993. – 494 с.
2. Голован А.Т. Основы электропривода.-М.: Госэнергоиздат, 1959.
3. Казовский Е.Я. Переходные процессы в электрических машинах переменного тока.-М.: Изд – во АН СССР, 1962. – 624 с.
4. Ключев В. И. Теория электропривода: Учеб. для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.:Энергоатомиздат, 1998. – 704 с.
5. Ковач К.П., Рац Н. Переходные процессы в машинах переменного тока. Пер. с нем.-М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 735 с.
6. Системы подчиненного регулирования электроприводов переменного тока с вентильными преобразователями. /О.В. Слежановский, Л.Х. Дацковский, И.С. Кузнецов и др. – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 256 с.
7. Копылов И.П. Применение вычислительных машин в инженерно – экономических расчетах (Электрические машины): Учебник. – М.: Высш. шк., 1980. – 256 с.
8. Сипайлов Г.А., Лоос А.В. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высш. шк., 1980. – 176 с.
9. Электромагнитные переходные процессы в асинхронном электроприводе /М.М. Соколов, Л.П. Петров, Л.Б. Масандилов, В.А. Ладензон. – М.: Энергия, 1967. – 200 с.