

В.Е. Давидсон, канд. техн. наук

(Украина, Днепропетровск, Днепропетровский национальный университет),

В.Д. Ламзюк, канд. техн. наук, Е.А. Кириченко, д-р техн. наук, В.В. Евтеев

(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет)

МОДЕЛЬНАЯ ЗАДАЧА О ТРАНСПОРТИРОВАНИИ ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ ПОТОКОМ ВОДОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ В ЭРЛИФТЕ

Актуальность вопроса. Современный этап развития отечественной экономики характеризуется дефицитом многих цветных металлов, добываемых традиционным способом. В то же время в глубинах Мирового океана обнаружены значительные по объему залежи полиметаллических конкреций, содержащих железо, марганец, никель, кобальт, медь, вольфрам и др. Ряд правительственных постановлений определяет освоения этих месторождений как важнейшую задачу отечественной экономики. Данная статья посвящена актуальной проблеме – научному обоснованию параметров глубоководных эрлифтных гидроподъемов, обеспечивающих работоспособность при энергосбережении установок, входящих в состав горно-морских добычных комплексов.

Постановка задачи. Разнообразие методов расчета эрлифтов можно пояснить применением этих установок в различных областях народного хозяйства. Применительно к расчету глубоководных эрлифтных гидроподъемов (ГЭГ) следует отнести эмпирические методы, базирующиеся на использовании безразмерных расходных характеристик, [1], а также методы, использующие различной сложности уравнения гидродинамики гетерогенных смесей, [2-4]. Все перечисленные методы либо вообще не учитывают наличие одновременно существующих различных структур течения (пузырьковой, снарядной, кольцевой, дисперсной) в подъемной трубе ГЭГ, либо рассматривают указанные структуры в рамках непрерывных двухфазных моделей без учета динамики твердых частиц. При наиболее протяженной снарядной структуре течения (25-75% от длины подъемной трубы) набравшая скорость в жидкой пробке твердая частица, попав в воздушный снаряд, может резко замедлить подъем, а при определенных условиях полностью потерять скорость, либо даже перейти к нисходящему движению, что ставит под сомнение достоверность применяемых на сегодняшний день расчетных методов.

Цель работы. Изучение механизма движения твердой частицы в подъемной трубе эрлифта, абстрагируясь в первом приближении от структуры потока, и установление основных кинематических закономерностей и предельных случаев потери подъемного движения.

Запишем дифференциальное уравнение движения частицы в виде

$$m \frac{dV_T}{dt} = R_g + R_a + R_c + R_j = R_Y, \quad (1)$$

где, при указанном на рис. 1, *a* положительном направлении оси *X* и естественном применительно к эрлифту предположении

$$V_{Tн} < V_c, \quad (2)$$

m – масса твердой частицы, кг; *V_T* – абсолютная скорость твердой частицы, м/с; *t* – время движения твердой частицы, с; *R_g* = – *gm* – вес твердой частицы, Н; *g* = 9.81 м/с² – ускорение свободного падения; *R_a* = *gm_c* – действующая на твердую частицу сила Архимеда, Н; *m_c* – масса транспортирующей среды в объеме твердой частицы, кг; *R_c* = $\frac{1}{2}SC_x\rho_c|W|W$ – гидродинамическая сила, действующая на твердую частицу со стороны несущей среды в квазистационарном движении, Н; *S* – площадь Миделя, м²; *C_x* – коэффициент лобового сопротивления твердой частицы; *ρ_c* – плотность транспортирующей среды, кг/м³; *W* – скорость твердой частицы относительно скорости движения транспортирующей среды (см. рис. 1, *б*) – относительная скорость твердой частицы, м/с;

R_j = $m_{прис} \frac{dW}{dt}$ – гидродинамическая сила, действующая на твердую частицу

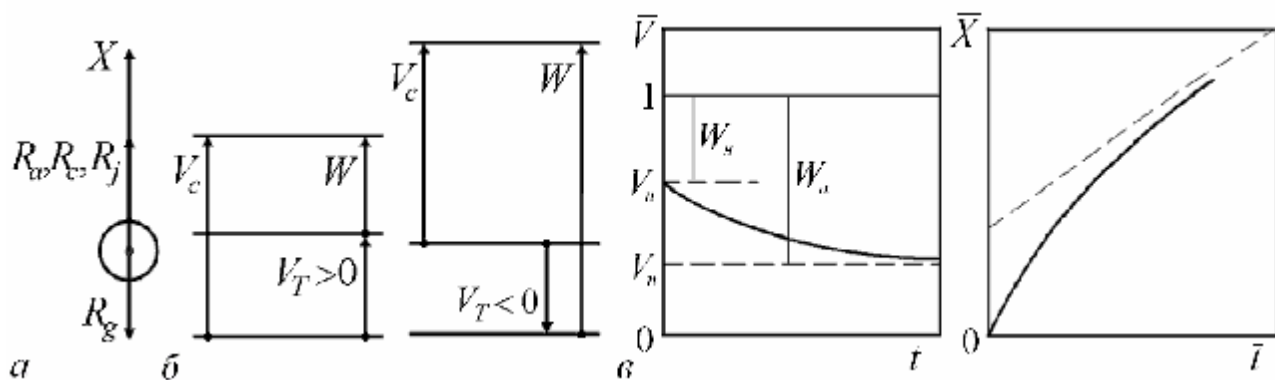


Рис.1. Схемы, иллюстрирующие действие на твердую частицу сил *R_a*, *R_c*, *R_j*, *R_g* (*a*), скорости движения твердой частицы в результате воздействия на нее этих сил (*б*), а также движение твердой частицы при условии $\bar{W}_н < \bar{W}_н < 1$ (*в*)

вследствие инерционности несущей среды, Н; *m_{прис}* – присоединенная масса, кг; *R_Σ* – суперпозиция сил, действующих на твердую частицу, Н; *V_{Tн}* – абсолютная начальная скорость твердой частицы, м/с; *V_c* – скорость движения транспортирующей среды, м/с.

Без учета формы твердой частицы величину присоединенной к ней массы принимаем такой же как и для шара, т.е. $m_{прис} = m_c / 2$ [5].

Коэффициент *C_x* в общем случае представляет собой сложную функцию числа Рейнольдса (*Re*) в относительном движении, формы частицы и начальной турбулентности потока:

$$Re = Wd / \nu_c,$$

где d – диаметр твердой частицы, м; ν_c – коэффициент кинематической вязкости транспортирующей среды, м²/с.

Единого теоретического выражения для зависимости $C_x(\text{Re})$ в практическом диапазоне чисел Re пока не существует. Имеются различные аппроксимации опытных данных, из которых в дальнейшем используется следующая кусочная зависимость [6]:

$$C_x = \frac{A}{\text{Re}^n}, \quad (3)$$

где при $0 < \text{Re}_I < 1$	$A_I = 24,$	$n_I = 1;$	
$1 \leq \text{Re}_{II} < 30$	$A_{II} = 9.8,$	$n_{II} = 0.5;$	
$30 \leq \text{Re}_{III} < 400$	$A_{III} = 3.54,$	$n_{III} = 0.2;$	(4)
$400 \leq \text{Re}_{IV}$	$A_{IV} = 1.1,$	$n_{IV} = 0.$	

Аппроксимация (4) относится к твердой частице с плохо обтекаемой формой.

С учетом слагаемых R_Σ и предположения (2) уравнение (1) приведем к следующему виду:

$$a_1 \frac{dV_T}{dt} = -a_2 + a_{3i} A_i W^{2-n_i} \quad (5)$$

где $1 \leq 2 - n_i \leq 2;$

$$a_1 = 1 + \frac{1}{2} \frac{r_c}{r_T}; \quad (6)$$

$$a_2 = g \left(1 - \frac{r_c}{r_T} \right); \quad (7)$$

$$a_{3i} = \left(\frac{n_c}{d} \right)^{n_i} \frac{1}{2} \frac{S}{m} r_c = \frac{3}{4} \frac{r_c}{dr_T} \left(\frac{n_c}{d} \right)^{n_i}. \quad (8)$$

В силу постоянства V_c и с учетом выражений (6) – (8), а также предположения (2) уравнение (5) можно записать и для относительной скорости:

$$-a_1 \frac{dW}{dt} = -a_2 + a_{3i} A_i W^{2-n_i}. \quad (9)$$

Уравнение (9) в дальнейшем интегрируется в общей форме, но сперва проанализируем его и выражение (5). Поскольку $V_{Th} < V_c$, то $V_T < V_c$ и начальная относительная скорость твердой частицы $W_h > 0$. Причем $W > 0$ независимо от того, поднимается или падает твердая частица при абсолютном движении.

Тогда слагаемое $a_{3i}A_iW^{2-n_i}$ в уравнениях (5) и (9) естественно будет положительным.

Рассмотрим возможные качественные варианты движения твердой частицы. Например,

$$a_2 > a_{3i}A_iW^{2-n_i}. \quad (10)$$

Абсолютное ускорение $\frac{dV_T}{dt} < 0$, относительное ускорение $\frac{dW}{dt} > 0$.

Так как $\frac{d^2W}{dt^2} = -\frac{a_{3i}}{a_1} A_i(2-n_i)W^{1-n_i} \frac{dW}{dt} < 0$, то, оставаясь положитель-

ным, ускорение $\frac{dW}{dt}$ снижается с ростом W . Следовательно, существует пре-

дельная относительная скорость W_n , соответствующая условию $\frac{dW}{dt} = 0$:

$$W_n = (a_2 / (a_{3i}A_i))^{1/(2-n_i)}. \quad (11)$$

Вместе с тем неравенство (10) означает, что начальная относительная скорость твердой частицы меньше предельной относительной скорости, т.е.

$$W_H < W_n. \quad (12)$$

Неравенства (2) и (12) равносильны условию

$$V_c - W_n < V_{Tn} < V_c, \quad (13)$$

накладываемому на абсолютную начальную скорость твердой частицы в варианте (10).

В силу независимости скоростей V_c и W_n вариант (10) может иметь место при: а) $V_c > W_n$; б) $V_c = W_n$; в) $V_c < W_n$.

Для случая а) из формулы (10) $0 < V_c - W_n < V_{Tn}$ и твердая частица не остановится. Она поднимается с замедлением, причем $V_T \rightarrow V_{Tn} = V_c - W_n > 0$, где V_{Tn} – абсолютная предельная скорость твердой частицы.

Закон движения $x(t)$ приближается к линейному снизу ($x_n = 0$ здесь и далее в этом пункте).

Для случая б) из формулы (10) $V_T \rightarrow V_{Tn} = 0$, $t \rightarrow \infty$. Возле некоторой координаты x_0 твердая частица как бы неподвижно ожидает подхода более плотной среды.

Для случая в) из формулы (10) разность $V_c - W_n$ будет отрицательной. Если $V_{Tn} > 0$, то при абсолютном движении твердая частица сперва поднимается с замедлением, затем зависает в момент времени t_0 и, наконец, начинает падать со скоростью, возрастающей по модулю, но стремящейся к пределу $V_{Tn} = V_c - W_n < 0$. При значительной протяженности среды закон движения $x(t)$ позволяет установить время остановки t_0 и время возврата t_b твердой частицы в начальное положение.

Рассмотрим критериальную форму переменных и классификацию движения твердой частицы в безграничной среде.

Перед интегрированием приведем уравнение (9) к критериальной форме. При этом, приняв в качестве масштабов скорость V_c , длину цикла l_u , время $t^* = l_u/V_c$, плотность твердой частицы ρ_T , получим безразмерные переменные и параметры, где $\bar{d} = d/l_u$, $\bar{V}_T = V_T/V_c$, $\bar{t} = V_c t/l_u$ – типа числа Струхала; $\bar{r}_c = \rho_c/\rho_T$; $F_r = V_c^2/(gl_u)$ – условное число Фруда; $Re_y = V_c l_u/\nu_c$ – условное число Рейнольдса. С учетом введенных обозначений уравнение (9) примет вид:

$$(1 + 0.5\bar{r}_c) \frac{d\bar{W}}{d\bar{t}} = \frac{1 - \bar{r}_c}{F_r} - \frac{3}{4} \frac{\bar{r}_c A_i}{Re_y^{n_i} \bar{d}^{n_i+1}} \bar{W}^{2-n_i}, \quad (14)$$

где $\bar{W} = (V_c - V_T)/V_c$ – приведенная относительная скорость.

Выражение приведенной предельной относительной скорости следующее:

$$\bar{W}_n = \left(\frac{3 a_c Re_y^{n_i}}{4 A_i F_r} \bar{d}^{n_i+1} \right)^{1/2-n_i}, \quad (15)$$

где $a_c = (1 - \bar{r}_c)/\bar{r}_c$.

Величины с индексом «с» изменяют свои значения при переходе из одной среды в другую, а индекс «i» принимает диапазон значений I – IV в зависимости от диапазона $Re = Wd/\nu_c$ (4). Учитывая неизменность A_i и n_i (4), в пределах диапазонов значений I – IV получим следующие величины приведенных предельных относительных скоростей:

$$\bar{W}_{nI} = 0.0555 \bar{d}^2 a_c Re_y / F_r; \quad (16)$$

$$\bar{W}_{nII} = \bar{d} \left(0.136 a_c Re_y^{1/2} / F_r \right)^{2/3}; \quad (17)$$

$$\bar{W}_{nIII} = \left(0.377 a_c \bar{d}^{6/5} Re_y^{1/5} / F_r \right)^{5/9}; \quad (18)$$

$$\bar{W}_{nIV} = (1.212 a_c \bar{d} / F_r)^{1/2}. \quad (19)$$

Теперь, используя всего два приведенных параметра: начальную \bar{W}_n и предельную \bar{W}_n относительные скорости, можно выполнить полную классификацию всех возможных типов движения твердой частицы в безграничной среде. Приведенная скорость среды \bar{V}_c очевидно равна единице. Абсолютная приведенная скорость твердой частицы $\bar{V}_T = 1 - \bar{W}$.

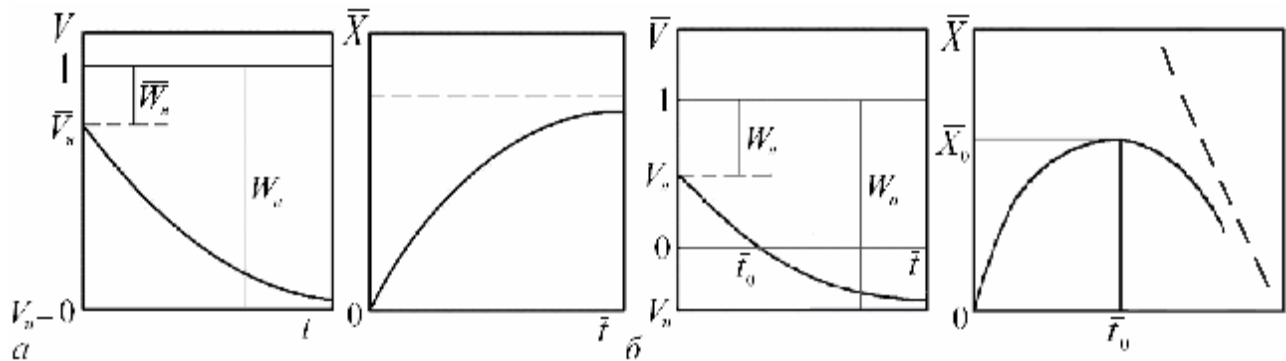


Рис. 2. Кривые движения твердой частицы при условиях $\bar{W}_H < \bar{W}_n = 1$ (а), $\bar{W}_H < 1 < \bar{W}_n$ (б)

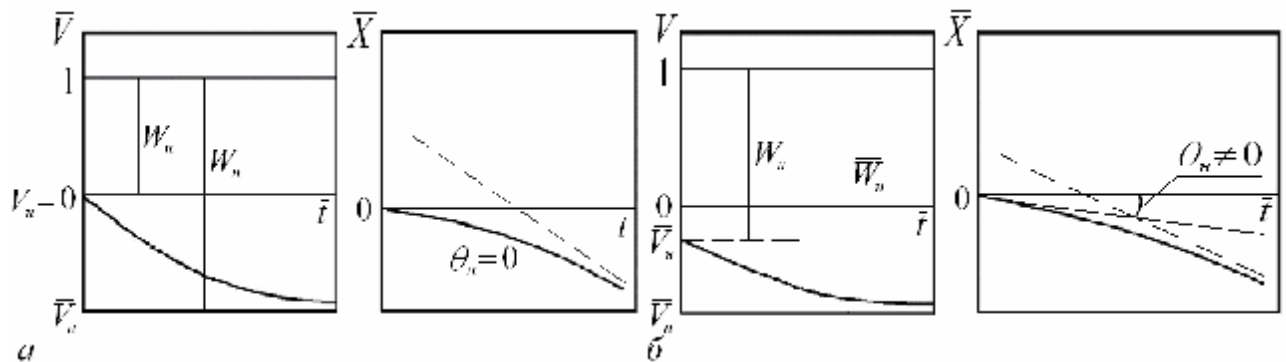


Рис. 3. Кривые движения твердой частицы при условиях $1 = \bar{W}_H < \bar{W}_n$ (а) и $1 < \bar{W}_H < \bar{W}_n$ (б)

Пять типов движения частицы характеризуются неравенством $\bar{W}_H < \bar{W}_n$. Из них первый (см. рис. 1, в) отвечает случаю $\bar{W}_n < 1$, второй (см. рис. 2, а) – $\bar{W}_n = 1$, третий, четвертый и пятый (см. рис. 2, б, 3. а и б) – $\bar{W}_n > 1$. Последние три, в свою очередь, рассматриваются из соотношения величины \bar{W}_H с 1: $\bar{W}_H < 1$ (см. рис. 2, б).

В работе получены новые научные результаты, а именно:

а) получено аналитическое выражение для определения предельной относительной скорости движения твердой частицы в безграничной среде в широком диапазоне изменения расходных параметров потока;

б) при различных комбинациях значений абсолютной, относительной скоростей частицы и скорости несущей среды закон движения частицы асимптотически стремится к линейному;

в) для обеспечения устойчивого подъема твердой частицы (без остановки и падения) для приведенных относительных скоростей движения частицы необходимо выполнение одного из трех следующих условий:

– если предельная скорость больше начальной скорости, то она не должна превышать единицу;

– при равенстве начальной и предельной скоростей последняя должна быть меньше единицы;

– начальная скорость не должна превышать единицу, если она больше предельной.

На основании вышеизложенного можно сделать следующие выводы:

– применительно к вертикальному гидротранспорту в зависимости от соотношения величин приведенной абсолютной скорости смеси, а также приведенных начальной и предельной относительных скоростей твердой частицы возможно 13 качественно различных типов ее движения;

– установлены качественные закономерности вертикального движения твердой частицы в потоке водовоздушной смеси, являющиеся отправным пунктом для научного обоснования параметров снарядной структуры течения в глубоководных эрлифтных гидроподъемах.

Дальнейшим этапом исследований является учет влияния изменения геометрических и кинематических параметров снарядной структуры течения по высоте подъемной трубы ГЭГ, концентрации транспортируемой пульпы и полидисперсности ее состава на рациональные параметры установок, обеспечивающих их эффективную эксплуатацию в составе морских горных предприятий.

Список литературы

1. Адамов Б.И. Исследование и разработка глубоководных эрлифтных установок для подъема твердого материала: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Донецк, 1982. – 23с.
2. Chaziteodorou G., Schleffel S., Wienen A. Entwurf eines Abbauschemas zur Gewinnung und Förderung von Manganknollen aus der Tiefsee // Meerstechnik. – 1972. – № 2. – P 56.
3. Давидсон В.Е. Основы гидравлического расчета эрлифта: Учеб. пособие. – Д.: Днепропетровский государственный университет, 1986. – 68 с.
4. Кириченко Е.А. К вопросу численного моделирования эрлифтных процессов для подъема твердого с больших глубин // Гірн. електромеханіка та автоматика: Наук.-техн. сб. – 1999. – Вип. 2(61). – С. 268-271.
5. Патрашев А.Н. Гидромеханика. – М.: Военно-морское изд-во, 1953. – 719с.
6. Горбис З.Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. – М.: Энергия, 1970. – 424с.