

В.Е. Давидсон, канд. техн. наук

(Украина, Днепропетровск, Днепропетровский национальный университет),

В.Д. Ламзюк, канд. техн. наук, Е.А. Кириченко, д-р техн. наук, В.В. Евтеев

(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет)

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЦИКЛИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К СНАРЯДНОЙ СТРУКТУРЕ ЭРЛИФТНОГО ТЕЧЕНИЯ

Актуальность вопроса. Современный этап развития экономики Украины базируется на добыче полезных ископаемых традиционными способами, что приводит к стремительному сокращению запасов месторождений, сформированных в условиях материков. В то же время в глубинах Мирового океана обнаружены значительные по объему залежи полиметаллических сульфидов, кобальто-марганцевых корок и полиметаллических конкреций, которые представляют коммерческий интерес в плане добычи никеля, вольфрама, кобальта, меди и др. Ряд правительственных постановлений определяет расширение сырьевой базы Украины как одну из важнейших задач отечественной экономики. В этой связи на первый план выносятся вопросы создания высокоэффективных способов и средств освоения подводных месторождений полезных ископаемых. Наиболее перспективным для технической реализации в настоящее время является использование морских добычных комплексов на базе гидравлической системы подъема. Простота и надежность в эксплуатации эрлифтных установок позволяет считать глубоководные эрлифтные гидроподъемы (ГЭГ) наиболее эффективным средством транспортирования сырья сквозь толщу воды. ГЭГ имеют аналоги в горнорудной промышленности, где их используют в качестве средств гидродобычи на гидрошахтах, при механизированной очистке водосборников, зумпфов и др. Данная статья посвящена актуальной проблеме – научному обоснованию параметров эрлифтных установок, обеспечивающих работоспособность и энергосбережение процессов транспортирования твердых материалов.

Постановка задачи. Множество методик расчета параметров эрлифтов можно объяснить широким применением этих установок в различных сферах народного хозяйства. Применительно к расчету параметров эрлифтных установок следует отнести основанные на использовании безразмерных расходных характеристик эмпирические методы [1, 2], а также методы, содержащие различной сложности уравнения гидродинамики гетерогенных смесей, [3-5]. Все вышеперечисленные методы либо вообще не учитывают наличие одновременно существующих различных структур течения (пузырьковой, снарядной, кольцевой, дисперсной) в подъемной трубе, либо рассматривают указанные структуры в рамках непрерывных двухфазных моделей без учета динамики твердых частиц. Известна только одна работа [6], в которой установлены качественные закономерности вертикального движения твердой частицы в сплошном однородном потоке водовоздушной смеси в широком диапазоне изменения расходных параметров. Однако результаты этой работы не могут быть применены к иссле-

дованию динамики твердых частиц при снарядной структуре течения водовоздушной смеси, характеризующейся поочередным прохождением жидкостных пробок и газовых пузырей (снарядов), перекрывающих живое сечение трубопровода.

Цель работы. Установление основных кинематических закономерностей движения твердого материала при снарядной структуре течения в подъемной трубе эрлифта.

Рассматриваемый вопрос заключается в расчете движения одиночной твердой частицы в поднимающихся с постоянной скоростью и чередующихся слоях воды и воздуха. Длины снарядов и пробок предполагаются неизменными вдоль подъемной трубы, а течение считается одномерным и изотермическим.

В работе [6] получено приведенное к критериальной форме уравнение, описывающее движение сферической твердой частицы в однородной сплошной транспортирующей среде:

$$(1 + 0.5\bar{r}_c) \frac{d\bar{W}}{d\bar{t}} = \frac{1 - \bar{r}_c}{Fr} - \frac{3}{4} \frac{\bar{r}_c A_i}{Re_y^{n_i} \bar{d}^{n_i+1}} \bar{W}^{2-n_i}, \quad (1)$$

где $\bar{r}_c = r_c / r_T$ – приведенная плотность транспортирующей среды; ρ_c – плотность транспортирующей среды, кг/м³; ρ_T – плотность твердой частицы, кг/м³; $\bar{W} = (V_c - V_T) / V_c$ – приведенная относительная скорость; V_c – скорость движения транспортирующей среды, м/с; V_T – абсолютная скорость твердой частицы, м/с; $\bar{t} = V_c t / l_y$ – величина типа числа Струхала; t – время движения твердой частицы, с; $l_y = l_2 + l_{ж}$ – длина цикла, м; l_2 – длина газового снаряда, м; $l_{ж}$ – длина жидкостной пробки, м; $Fr = V_c^2 / (g l_y)$ – условное число Фруда; $g = 9.81$ – ускорение свободного падения, м/с²; $Re_y = V_c l_y / \nu_c$ – условное число Рейнольдса; ν_c – коэффициент кинематической вязкости транспортирующей среды, м²/с; $\bar{d} = d / l_y$ – приведенный диаметр твердой частицы; d – диаметр твердой частицы, м; A_i и n_i – величины, определяющие вид кусочной аппроксимации коэффициента лобового сопротивления твердой частицы, который можно записать так:

$$C_x = \frac{A_i}{Re^{n_i}},$$

где $Re = W d / \nu_c$ – число Рейнольдса как функция относительной скорости; W – скорость твердой частицы относительно скорости движения транспортирующей среды, м/с;

при $0 < Re_I < 1$	$A_I = 24,$	$n_I = 1;$
$1 \leq Re_{II} < 30$	$A_{II} = 9.8,$	$n_{II} = 0.5;$
$30 \leq Re_{III} < 400$	$A_{III} = 3.54,$	$n_{III} = 0.2;$
$400 \leq Re_{IV}$	$A_{IV} = 1.1,$	$n_{IV} = 0.$

(2)

Величины с индексом «с» изменяют свои значения при переходе из одной среды в другую, а индекс «i» принимает диапазон значений I – IV в зависимости от значения Re (2).

В работе [6] также получено выражение для определения приведенной предельной относительной скорости:

$$\bar{W}_n = \left(\frac{3 a_c Re_y^{n_i}}{4 A_i Fr} \bar{d}^{n_i+1} \right)^{\frac{1}{2-n_i}}, \quad (3)$$

где $a_c = (1 - \bar{r}_c) / \bar{r}_c$.

С учетом неизменности A_i и n_i (2) величины приведенных предельных относительных скоростей в пределах диапазонов значений I – IV принимают следующий вид [6]:

$$\begin{aligned} \bar{W}_{nI} &= 0.0555 \bar{d}^2 a_c Re_y / Fr; \\ \bar{W}_{nII} &= \bar{d} \left(0.136 a_c Re_y^{1/2} / Fr \right)^{2/3}; \\ \bar{W}_{nIII} &= \left(0.377 a_c \bar{d}^{6/5} Re_y^{1/5} / Fr \right)^{5/9}; \\ \bar{W}_{nIV} &= (1.212 a_c \bar{d} / Fr)^{1/2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение (1) может быть проинтегрировано в явном виде с учетом значений A_i , n_i (2) и использования выражений (4), заменяя последовательно для жидкостных пробок и газовых снарядов индекс «с» на индексы «ж» и «г».

Решение уравнения (1) имеет общую форму

$$\bar{t} = \bar{t}_H - f_1(Z_i) \cdot I_{ci}, \quad (5)$$

где $Z_i = \bar{W} / \bar{W}_{ni}$ – введенная переменная; $I_{ci} = \frac{1 - 0.5 \bar{r}_c}{1 - \bar{r}_c} \cdot Fr \cdot \bar{W}_{ni}$ – постоянная,

зависящая от среды и диапазонов (2); $\bar{t}_H = V_c t_H / l_y$ – приведенная начальная величина времени движения твердой частицы; t_H – начальное время движения твердой частицы, с.

Функция $f_1(Z_i)$ для диапазонов (2) будет следующей:

$$1) f_1(Z_I) = \ln \left| \frac{1 - Z_I}{1 - Z_{HI}} \right|;$$

$$\begin{aligned}
2) f_1(Z_{II}) &= \frac{1}{3} \ln \left| \frac{1 - \sqrt{Z_{II}}}{1 - \sqrt{Z_{нII}}} \right| - \frac{1}{6} \ln \frac{1 + \sqrt{Z_{II}} + Z_{II}}{1 + \sqrt{Z_{нII}} + Z_{нII}} + \\
&\quad + \frac{1}{\sqrt{3}} \left(\operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{Z_{II}} + 1}{\sqrt{3}} - \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{Z_{нII}} + 1}{\sqrt{3}} \right); \\
3) f_1(Z_{III}) &= \frac{0.01953}{\prod_{k=1}^4 \sin^2 \frac{kp}{9}} \ln \left| \frac{1 - Z_{III}^{1/5}}{1 - Z_{нIII}^{1/5}} \right| - \\
&\quad - \sum_{m=1}^4 \frac{1.1562}{\prod_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^4 \left(\cos \frac{2mp}{9} - \cos \frac{2kp}{9} \right)} \left[\frac{1}{1 - \cos \frac{2mp}{9}} \ln \left| \frac{1 - 2Z_{III}^{1/5} \cos \frac{2mp}{9} + Z_{III}^{2/5}}{1 - 2Z_{нIII}^{1/5} \cos \frac{2mp}{9} + Z_{нIII}^{2/5}} \right| + \right. \\
&\quad \left. + \frac{2}{\sin \frac{2mp}{9}} \left(\operatorname{arctg} \frac{Z_{III}^{1/5} - \cos \frac{2mp}{9}}{\sin \frac{2mp}{9}} - \operatorname{arctg} \frac{Z_{нIII}^{1/5} - \cos \frac{2mp}{9}}{\sin \frac{2mp}{9}} \right) \right]; \quad (6) \\
4) f_1(Z_{IV}) &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 - Z_{IV}}{1 - Z_{нIV}} \cdot \frac{1 + Z_{нIV}}{1 + Z_{IV}} \right|,
\end{aligned}$$

где $Z_{ni} = \bar{W}_n / \bar{W}_{ni}$ – переменная; $\bar{W}_n = (V_c - V_{Tn}) / V_c$ – начальная приведенная относительная скорость; V_{Tn} – начальная абсолютная скорость твердой частицы, м/с.

Из формулы (5), которая вместе с определениями $\bar{W} = 1 - V_T / V_c$ и $\bar{W} = \bar{W}_n Z_i$ дает параметрическую зависимость $V_T(t)$, в некоторых случаях можно получить простые явные выражения. Так, для диапазона I из выражений (4) – (6) легко получить

$$V_{TI} = V_{Tn} \left[1 - \left(\frac{V_{Tn}}{V_{Tn}} - 1 \right) e^{D \cdot t} \right], \quad (7)$$

где V_{Tn} – абсолютная предельная скорость твердой частицы, м/с; V_{Tn} – абсолютная начальная скорость твердой частицы, м/с; $e = 2.71$;

$D = \left[0.0555 \cdot \left(\frac{1}{r} - 0.5 \right) \right]^{-1}$; $t = tn_c / d^2$ – безразмерное время (так называемый параметр гомохронности, по структуре типа числа Фурье).

Чтобы получить закон движения твердой частицы $x(t)$ необходимо проинтегрировать уравнение (1) дважды. Однако удобнее связать величины x и V_T ,

а также использовать найденные ранее зависимости $V_T(t)$, причем прежде воспользоваться относительной безразмерной скоростью \bar{W} .

С этой целью запишем

$$\frac{d\bar{W}}{d\bar{t}} = \frac{d\bar{W}}{dS} \bar{W}, \quad (8)$$

где $S = (V_c t - x)/l_u$ – безразмерный путь, пройденный средой относительно твердой частицы в масштабе цикла.

Приведем уравнение (1) к виду

$$(1 - 0.5\bar{r}_c) \cdot \bar{W} \frac{d\bar{W}}{dS} = \frac{1 - \bar{r}_c}{Fr} - \frac{3\bar{r}_c}{4} \frac{C_x}{d} \bar{W}^2. \quad (9)$$

Интегрируя это уравнение аналитически, запишем

$$S = S_H - f_2(Z_i) l_{ci} \bar{W}_n, \quad (10)$$

где $S_H = (V_c t_H - x_H)/l_u$ – начальная величина безразмерного пути, пройденного средой относительно твердой частицы в масштабе цикла; x_H – начальное положение твердой частицы.

Функция $f_2(Z_i)$ в диапазонах (2) будет:

$$\begin{aligned} 1) \quad f_2(Z_I) &= Z_I - Z_{HI} + \ln \left| \frac{1 - Z_I}{1 - Z_{HI}} \right|; \\ 2) \quad f_2(Z_{II}) &= 2(\sqrt{Z_{II}} - \sqrt{Z_{HII}}) + \frac{2}{3} \ln \left| \frac{1 - \sqrt{Z_{II}}}{1 - \sqrt{Z_{HII}}} \right| - \frac{1}{3} \ln \frac{1 + \sqrt{Z_{II}} + Z_{II}}{1 + \sqrt{Z_{HII}} + Z_{II}} - \\ &\quad - \frac{2}{3} \left(\operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{Z_{II}} + 1}{\sqrt{3}} - \operatorname{arctg} \frac{2\sqrt{Z_{HII}} + 1}{\sqrt{3}} \right); \\ 3) \quad f_2(Z_{III}) &= 5 \left(Z_{III}^{1/5} - Z_{HIII}^{1/5} \right) + \frac{5}{256 \prod_{k=1}^4 \sin^2 \frac{kp}{9}} \ln \left| \frac{1 - Z_{III}^{1/5}}{1 - Z_{HIII}^{1/5}} \right| + \\ &\quad + \sum_{m=1}^4 \frac{(-1)^m \cdot 5}{32 \sin \frac{mp}{9} \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq m}}^4 \left(\cos \frac{2mp}{9} - \cos \frac{2kp}{9} \right)} \left[2 \operatorname{arctg} \frac{Z_{III}^{1/5} - \cos \frac{2mp}{9}}{\sin \frac{2mp}{9}} - \right. \end{aligned}$$

$$\left. -\operatorname{arctg} \frac{Z_{\text{нIII}}^{1/5} - \cos \frac{2mp}{9}}{\sin \frac{2mp}{9}} \right\} - \operatorname{ctg} \frac{2mp}{9} \ln \frac{1 - 2Z_{\text{нIII}}^{1/5} \cos \frac{2mp}{9} + Z_{\text{нIII}}^{2/5}}{1 - 2Z_{\text{нIII}}^{1/5} \cos \frac{2mp}{9} + Z_{\text{нIII}}^{2/5}} \Bigg]; \quad (11)$$

$$4) f_2(Z_{IV}) = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 - Z_{IV}^2}{1 - Z_{\text{нIV}}^2} \right|.$$

Соотношения (5) и (10) – параметрические (роль параметра исполняет \bar{W}) и определяют закон движения твердой частицы.

При переходе твердой частицей межфазной границы размеры частицы не учитывались. Скорость считалась непрерывной, но ускорение изменялось скачкообразно. Ступенчатым в расчетах было и изменение числа Re за счет смены кинематического коэффициента вязкости на границе снаряд-пробка.

Целью проведенных расчетов была отработка методики определения параметров снарядной структуры эрлифтного течения.

По результатам расчета построены зависимости, описывающие движение твердой частицы $\bar{V}_T = f(\bar{t})$ (кривая 1, рис. 1 и 2) и $\bar{x} = f(\bar{t})$ (кривая 2, рис. 1 и 2) при различных значениях $l_z/l_{ж}$. Приведенные расчеты относятся к случаю малых скоростей и частиц. Здесь принято: абсолютная приведенная скорость твердой частицы $\bar{V}_T = 1 - \bar{W}$, абсолютная приведенная скорость первого входа в жидкость $\bar{V}_{Tн0} = 0.833$, абсолютная приведенная предельная скорость в жидкости $\bar{V}_{Tнж} = 0.365$, относительные приведенные скорости $\bar{W}_{н0} = 0.167$, $\bar{W}_{нж} = 0.635$, приведенный диаметр твердой частицы $\bar{d} = d/l_y = 0.02$, масштаб времени $t^* = l_y/V_c = 0.333$ с, число Фруда $Fr = V_c^2/(gl_y) = 0.92$.

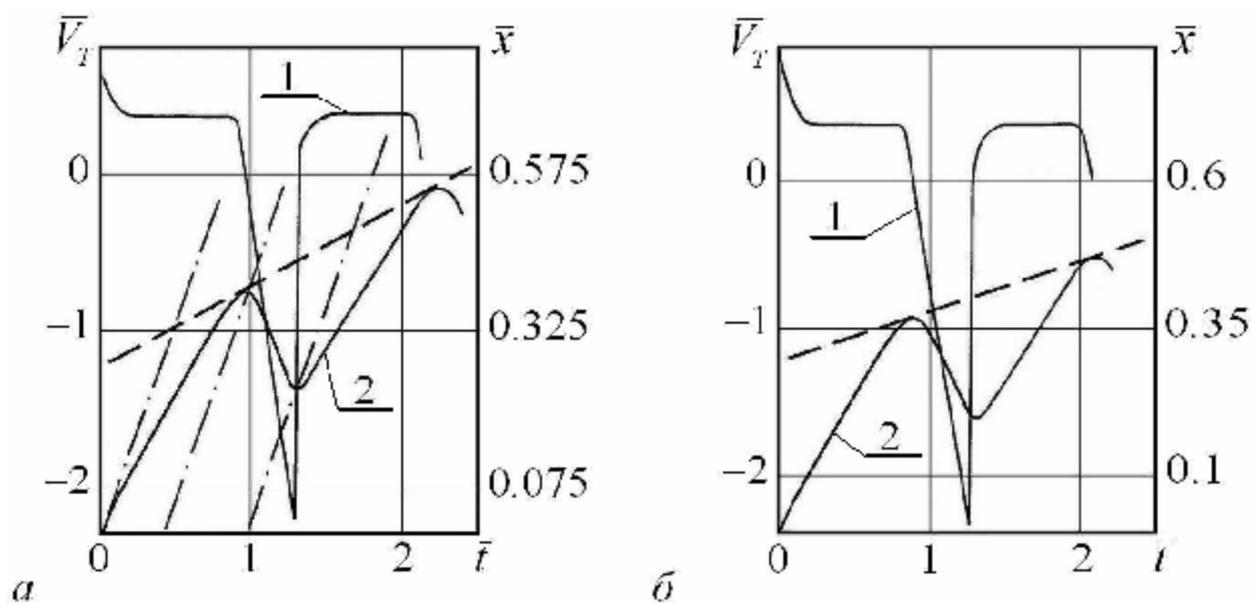


Рис.1. Кривые движения твердой частицы в снарядном течении при условиях

$$l_2 / l_{жс} = 0.85 \text{ (a)}, l_2 / l_{жс} = 1.0 \text{ (б)}$$

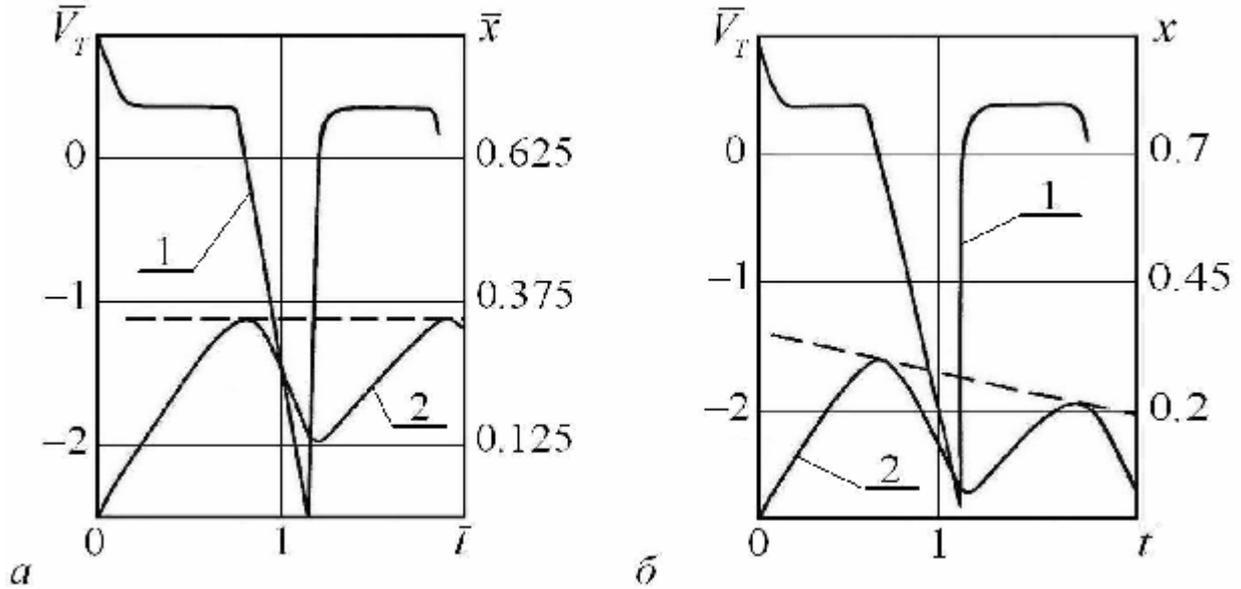


Рис.2. Кривые движения твердой частицы в снарядном течении при условиях $l_2 / l_{жс} = 1.25$ (a) и $l_2 / l_{жс} = 1.75$ (б)

На рис. 1, а штрихпунктирные линии отображают законы движения границ между жидкостными пробками и газовыми снарядами. При этом выбранное для графических построений направление оси x совпадает с направлением движения газовых снарядов в трубопроводе, начало этой оси совпадает с начальным сечением трубопровода, а приведенная координата $\bar{x} = x / l_{ц}$.

За исключением движения твердой частицы в первой жидкостной пробке, где влияет независимое задание значения величины начальной скорости, все остальное движение, начиная со входа в первый газовый снаряд, циклично. В газе движение происходит по типу $\bar{W}_н < 1 < \bar{W}_{н2}$, в жидкости – по типу $\bar{W}_н > 1 > \bar{W}_{нжс}$ и далее с постоянной скоростью $\bar{W}_{нжс}$, которая является начальной для движения в газе в следующем цикле. На участке начальной релаксации (переход от $\bar{W}_{н0}$ к $\bar{W}_{нжс}$) имеет место тип движения $\bar{W}_н < \bar{W}_{нжс} < 1$.

В приведенных на рис. 1 и 2 зависимостях отношение $l_2 / l_{жс}$ изменяется при сохранении длины цикла. Во всех случаях в каждом цикле твердая частица (в заданных условиях) как поднимается, так и опускается с мгновенными остановками в верхней и нижней точках. Однако для анализа интегральных характеристик снарядной структуры эрлифтного течения более информативен характер движения твердых частиц, который можно назвать фазовым, т.е. определяемым по той или иной фазе цикла. Геометрической характеристикой фазового движения может служить, например, огибающая $\bar{x}_ф = f(\bar{t})$ кривой $\bar{x}(\bar{t})$ (пунктирные линии на рисунках). Тангенс угла между огибающей и осью \bar{t} представляет собой фазовую скорость твердой частицы:

$$\bar{V}_{Tф} = \frac{d\bar{x}_ф}{d\bar{t}}.$$

Именно отрицательные и нулевые величины скорости $\bar{V}_{T\phi}$, да и малые положительные ее значения способствуют нарушению транспортирования твердых частиц.

Таким образом, при известных характеристиках $l_2/l_{ж}$ или величине объемного газосодержания j_2 , которая для снарядного режима соответствует отношению $l_2/l_ц$, разработанная методика позволяет прогнозировать опасные параметры потока в плане срыва подъема твердых частиц определенных размеров.

В приведенных на рис. 1, а и б случаях амплитуда подъемной фазы движения твердой частицы в жидкостной пробке больше, чем амплитуда нисходящей фазы движения в газовом снаряде. Поэтому в конечном итоге твердая частица движется вверх (см. восходящий характер пунктирных линий). На рис. 2, а подъем твердой частицы в жидкостной пробке эквивалентен ее опусканию в газовом снаряде, поэтому твердая частица практически не транспортируется, а лишь совершает колебательные движения (пунктирная линия горизонтальна). В показанном на рис. 2, б случае нисходящее движение твердой частицы в газовом снаряде преобладает над ее подъемным движением в жидкостной пробке. Поэтому результирующее движение твердой частицы направлено вниз, о чем свидетельствует нисходящий характер пунктирной линии.

Для изображенных на рис. 1, а, б и рис. 2, а, б случаев величина $\bar{V}_{T\phi}$ принимает значения 0.131, 0.091 и 0, -0.085 соответственно.

В работе получен новый научный результат – установлены основные кинематические закономерности движения твердого материала при снарядной структуре течения в подъемной трубе эрлифта.

Основные выводы:

а) в рамках сформулированной модельной циклической задачи о движении твердой частицы в подъемной трубе эрлифта получены аналитические зависимости для определения кинематических параметров снарядной структуры течения;

б) разработана методика расчета параметров снарядной структуры эрлифтного течения с учетом динамики твердых частиц;

в) впервые для анализа параметров снарядной структуры эрлифтного течения введено понятие фазовой скорости твердых частиц как тангенса угла наклона огибающей истинных траекторий твердых частиц ко временной оси, нулевые и отрицательные значения которой приводят к срыву (кризису) транспортирования твердых частиц.

Дальнейшим этапом исследования является разработка метода расчета параметров снарядной структуры течения для полидисперсного состава твердых частиц с учетом влияния их размеров, плотности и формы, а также изменения размеров и плотности газовых снарядов по высоте подъемной трубы эрлифта.

Список литературы

1. Адамов Б.И. Исследование и разработка глубоководных эрлифтных установок для подъема твердого материала: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Донецк, 1982. – 23с.
2. Скорынин Н.И. Исследование и разработка глубоководных многосмесительных эрлифтных установок для подъема горных масс: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Донецк, 1983. – 28с.
3. Weber M. Vertical hydraulic conveying of solids by air-lift // Journal of pipelines. – 1982. – № 3. – P. 137-152.
4. Гриффитс П., Уоллис Г. Двухфазное снарядное течение // Тр. Амер. об-ва инж.-мех. Сер. С. Теплопередача. – 1961. – Т. 83, № 3. – С. 99-114.
5. Кириченко Е.А. К вопросу численного моделирования эрлифтных процессов для подъема твердого с больших глубин // Гірн. електромеханіка та автоматика: Наук.-техн. зб. – 1999. – Вип. 2(61). – С. 268-271.
6. Давидсон В.Е., Ламзюк В.Д., Кириченко Е.А., Евтеев В.В. Модельная задача о транспортировании твердой частицы потоком водовоздушной смеси в эрлифте // Гірн. електромеханіка та автоматика: Наук.-техн. зб. – 2007. – Вип. 2(79). – С. 66-73.