УДК 621.311.004

А.А. Колб, канд. техн. наук
(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет)

К РАСЧЕТУ ВЫСОКОЧАСТОТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ТОКА СИЛОВОГО АКТИВНОГО КОМПЕНСАТОРА РЕАКТИВНОЙ МОЩНОСТИ

Введение. Преобразователи напряжения с двухсторонней проводимостью на основе АИН с ШИМ являются основным элементом при построении различных технических средств управления качеством электроэнергии. Силовые (параллельные) активные компенсаторы (САК), выполненные на основе обращенных АИН с ШИМ, выход которых подключен не к нагрузке, а к сети, позволяют с высокой точностью и быстродействием воспроизводить управляющие воздействия сложной формы. Модулируя методом ШИМ определенные соотношения и фазовый сдвиг между напряжениями сети и силового активного компенсатора, можно при большой частоте коммутации ключей обеспечить практически синусоидальный ток сети, имеющий различную ориентацию по отношению к напряжению. Это позволяет управлять неактивными составляющими полной мощности и, следовательно, качеством электроэнергии.

Целью работы является расчет высокочастотных пульсаций тока САК на основе АИН с ШИМ с использованием расчетной схемы, содержащей колебательный контур.

Материалы и результаты исследования. Состояние САК (рис.1)

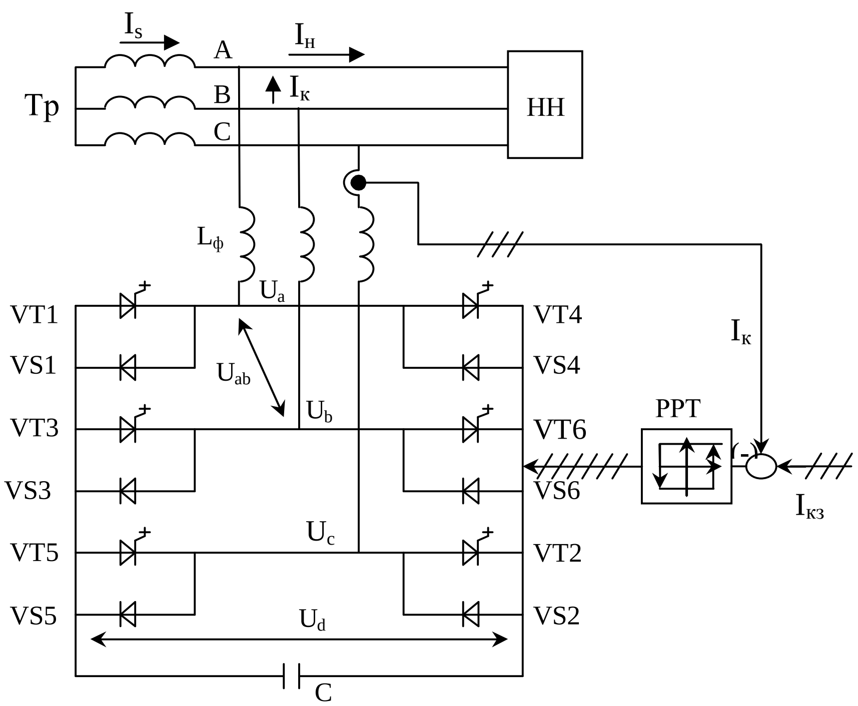

Рис. 1. Функциональная схема вентильного компенсатора с релейными регуляторами тока (РРТ)(НН - нелинейная нагрузка)

характеризуется номерами замкнутых ключей К1-К6 (открытых транзисторов). В любой момент времени замкнуто три ключа и, например, в состоянии 612 замкнуты ключи К6, К1, К2. При этом в случае симметричной системы (равенство активных и реактивных сопротивлений фаз) исходная схема рис. 1 преобразуется в расчетную, представленную на рис. 2. Вследствие симметричности системы к фазе А

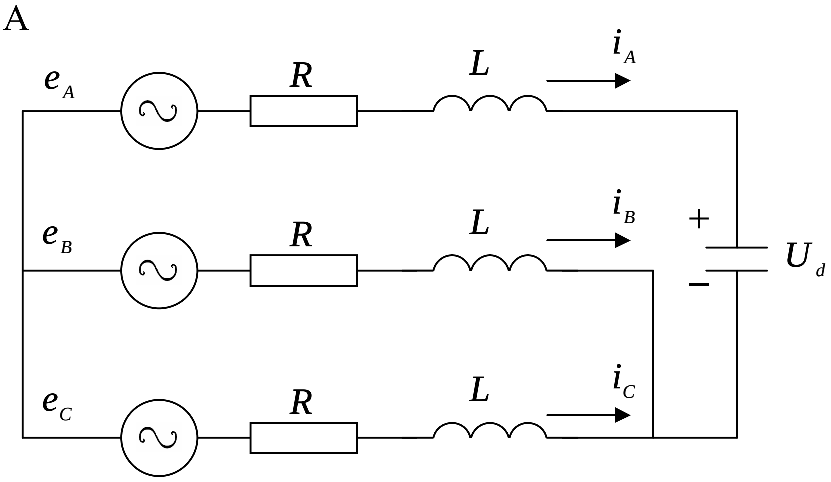

Рис. 2. Эквивалентная рсчетная схема для состояния 612
(n=6, замкнуты ключи К6, К1, К2)

приложено положительное напряжение $2U_d/3$, а к фазам В и С вдвое меньшее отрицательное, так как они соединены параллельно и включены последовательно с фазой А. Векторы напряжений, приложенных к этим фазам, показаны на рис. 3,а. Для построения результирующего (обобщенного) вектора напряжения инвертора их

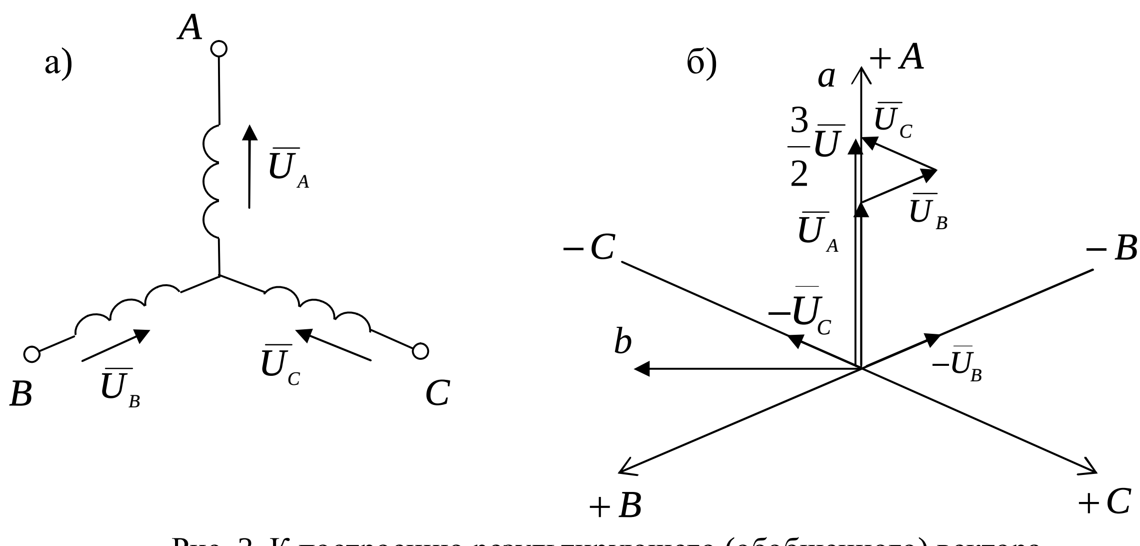

Рис. 3. К построению результирующего (обобщенного) вектора
напряжения инвертора для состояния 612 (n=1)

нужно геометрически просуммировать и уменьшить по модулю в полтора раза (рис. 3, б). При очередной коммутации ключей обобщенный вектор скачкообразно изменяет фазу на $60^{\mathbf{0}}$, занимая шесть фиксированных положений за период выходного напряжения.

В неподвижной системе координат α, β, ось α которой совмещена с осью А (изображающим вектором фазы А) и соединении нагрузки в звезду обобщенный вектор определяется как [1-3]

$$\overline{U}_u = \frac{2}{3} U_d e^{j(n-1)p/3}, \qquad (1)$$

где U_d - напряжение в звене постоянного тока; n – номер интервала (целые числа 1…6), причем n=1, когда замкнуты ключи К6, К1, К2; n=2 – замкнуты К1, К2, К3 и т. д.

Любая емкость, имеющая начальное напряжение, отличное от нуля $U_c(0) \neq 0$, может быть заменена такой же емкостью с нулевым начальным напряжением $U_c(0) = 0$ и последовательно включенным источником напряжения $U_c(0)$. При этом с учетом рис. 2 расчетная схема САК в синхронно вращающейся системе координат, ориентированной по результирующему вектору напряжения сети представляется схемой рис. 4.

На первом межкоммутационном интервале напряжение инвертора обусловлено максимально выпрямленным напряжением в звене постоянного тока, которое равно амплитудному значению линейного напряжения сети. На каждом следующем этапе расчета переходных процессов к этому напряжению необходимо добавить напряжение на емкости, обусловленное электромагнитными процессами на предшествующем этапе. Тем самым учитывается изменение напряжения в звене постоянного тока и, следовательно, выходного напряжения инвертора.

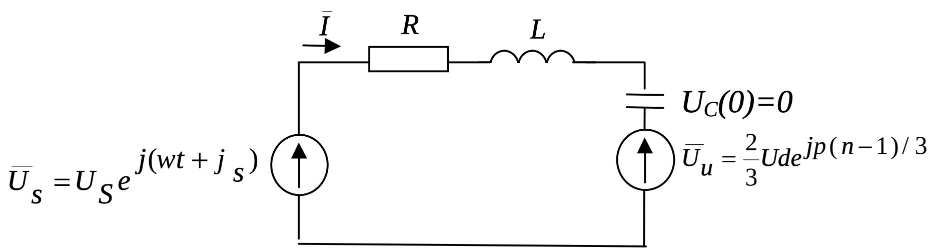

Рис. 4. Расчетная схема САК в обобщенных векторах (U_S, j_S - модуль и начальная фаза результирующего вектора напряжения сети)

Для схемы рис. 4 операторное изображение вектора тока, ориентированного относительно $\overline{U}_S$

$$\bar{I}(p) = \frac{\overline{U}_S(p) - \overline{U}_U(p) + L\bar{I}(0)}{R + Lp + 1/Cp} = \frac{\overline{U}_S(p) - \overline{U}_U(p) + L\bar{I}(0)}{\frac{L}{p}\left(p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC}\right)}. \qquad (2)$$

Характеристическое уравнение $p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0$ имеет корни

$$p_{1.2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}. \qquad (3)$$

Полагая в (3): $R/2L = b$ – коэффициент затухания; $1/LC = w_0{}^2$ – резонансная частота контура, получим при комплексных корнях характеристического уравнения

$$p_{1,2} = -b \pm jw_1 \ , \tag{4}$$

где $w_1 = \sqrt{w_0{}^2 - b^2}$ – частота свободных колебаний контура.

С учетом (4) выражение (2) преобразуется к виду

$$\bar{I}(p) = \frac{\overline{U}_S(p) - \overline{U}_U(p) + L\bar{I}(0)}{\frac{L}{p}\left[(p + \frac{R}{2L})^2 + \frac{1}{LC} - (\frac{R}{2L})^2\right]} = \frac{\overline{U}_S(p) - \overline{U}_U(p) + L\bar{I}(0)}{\frac{L}{p}\left[(p+b)^2 + w_1{}^2\right]}. \tag{5}$$

Изображения результирующих векторов напряжений сети и инвертора, представленных в числителе (5), записывается в виде [4,5]:

$$\overline{U}_s = U_s e^{j(wt + j_s)} \doteq \overline{U}_s(p) = \frac{U_s e^{jj_s}}{p - jw}; \tag{6}$$

$$\overline{U}_u = U_u e^{jj_u} \doteq \overline{U}_u(p) = \frac{U_u e^{jj_u}}{p}, \tag{7}$$

где j_s - начальное фазовое положение результирующего вектора напряжения сети в момент коммутации ключей инвертора, отсчитываемое в положительном направлении от оси a неподвижной системы координат a , b ; w - угловая частота напряжения; $j_u = (n-1)p/3$ - фазовые положения результирующего вектора напряжения инвертора; n=1,2…6-целые положительные числа.

На основании (6) и (7) имеем из (5)

$$\bar{I}(p) = \frac{pU_S e^{jj_s}}{L(p - jw)[(p + b^2) + w_1{}^2]} - \frac{U_u e^{jj_u}}{L[(p + b^2) + w_1{}^2]} + \frac{p\bar{I}(0)}{(p+b)^2 + w_1{}^2}. \tag{8}$$

Переходя к оригиналу [4,5], получим из (8)

$$\bar{I} = \frac{j\omega U_S e^{j\varphi_S}}{L[(b^2 + j\omega)^2 + \omega_1^2]} e^{j\omega t} + \frac{U_S e^{j\varphi_S}}{L\omega_1} \sqrt{\frac{\omega_1^2 + b^2}{(-j\omega - b)^2 + \omega_1^2}} e^{-bt} \sin(\omega_1 t + \psi) -$$
$$- \frac{U_U e^{j\varphi_u}}{L\omega_1} e^{-bt} \sin \omega_1 t + \frac{\bar{I}(0)\omega_0}{\omega_1} e^{-bt} \sin(\omega_1 t + \psi_1), \qquad (9)$$

где $y = arctg \frac{w_1}{-b} - arctg \frac{w_1}{-jw - b}$; $y_1 = arctg \frac{w_1}{-b}$, причем угол y_1 находится в пределах $\frac{p}{2} < y_1 < p$, так как $\sin y_1 = \frac{w_1}{w_0} > 0$, а $\cos y_1 = -\frac{b}{w_0} < 0.$

После преобразований имеем из (9)

$$\bar{I} = \frac{U_S}{Z} e^{j(wt + j_S - j)} + \frac{w_0 U_S e^{j(j_S - j)}}{w_1 \sqrt{ZLw}} e^{-bt} \sin(w_1 t + y) -$$
$$- \frac{U_U e^{jj_U}}{Lw_1} e^{-bt} \sin w_1 t + \frac{\bar{I}(0) w_0}{w_1} e^{-bt} \sin(w_1 t + y_1), \qquad (10)$$

где $j = arctg \frac{wL - 1/wC}{R}$.

С целью упрощения расчета можно предположить, что в течение каждого межкоммутационного интервала оба результирующих вектора $\bar{U}_S$ и $\bar{U}_U$ синхронно вращается с угловой скоростью напряжения сети. При таком допущении будут отсутствовать пульсации тока и, следовательно, их наличие обуславливается разностью $\Delta\bar{U}$ напряжений вращающегося и неподвижного векторов $\bar{U}_U$, которая определяются как

$$\Delta\bar{U} = U_U (e^{j(j_U + wt)} - e^{jj_U}) = \Delta U e^{j\Delta j}, \qquad 0 \le t \le T_k \qquad (11)$$

где $\Delta U = U_U \sqrt{(\cos \omega t - 1)^2 + \sin^2 \omega t}$; $\Delta\varphi = arctg \frac{\sin \omega t}{\cos \omega t - 1}$ – модуль и аргумент вектора $\Delta\bar{U}$, обусловленного разностью вращающегося и неподвижного векторов напряжения инвертора.

При высокой частоте коммутации ключей инвертора можно пренебречь вращением вектора $\Delta\bar{U}$, а учитывать лишь изменение его модуля, который при этом представляет собой почти пилообразное напряжение

$$\Delta U(t) = \frac{\Delta U_{\max}}{T_k} t \quad , \tag{12}$$

где $\Delta U_{\max} = U_U \sqrt{(1 - \cos wT_k)^2 + \sin^2 wT_k} \quad .$ (13)

Согласно [5] изображение $\Delta U(t)$ из (12) записывается в виде

$$\Delta U(p) = \frac{\Delta U_{\max}}{T_k P^2} \quad . \tag{14}$$

Пилообразное напряжение можно представить в виде суммы двух напряжений [6]: линейно растущего $\overline{U}_1(t) = kt$ и серии ступенчатых эшелонных возмущений одинаковой амплитуды $\Delta U \max$, налагаемых одно на другое через промежуток времени $T_к$ (рис. 5). При этом ток содержит две составляющие. Первая определяется линейно растущим напряжением, операторное изображение которого на основании (5) и (14)

$$\Delta I_1(p) = \frac{\Delta U \max}{T_k Lp[(p+b)^2 + w_1{}^2]}, \tag{15}$$

оригинал которого [4,5]

$$\Delta I_1(t) = \frac{\Delta U \max}{T_k L w_1 w_0} \left[\frac{w_1}{w_0} - e^{-bt} \sin(w_1 t + y_3) \right],$$

где $y_3 = arctg \, {}^{w_1}\!/_{-b}; \; 0 < t < T_k$ (16)

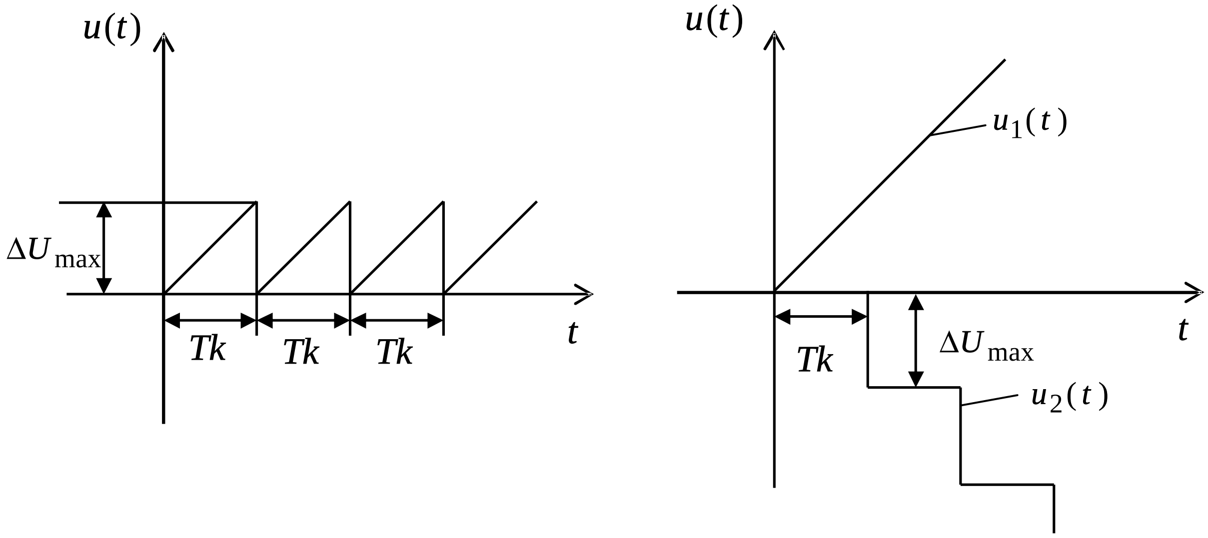

Рис. 5. К расчету высокочастотных пульсаций тока инвертора САК
от пилообразного напряжения

Вторая составляющая обусловлена серией постоянных возмущений $\Delta U\max$, изображение которого $\dfrac{\Delta U\max}{p}$. Операторное изображение второй составляющей тока для одного возмущения

$$\Delta I_2(p)=\frac{\Delta U\max}{L[(p+b)^2+w_1{}^2]}, \tag{17}$$

оригинал которого [4,5]

$$\Delta I_2(t)=\frac{\Delta U\max}{Lw_1}e^{-bt}\sin w_1 t\ . \tag{18}$$

Для первого межкоммутационного интервала $0<t=t<T_k$ весь ток $\Delta I(t)=\Delta I_1(t)$ зависит только от первой составляющей $\Delta I_1(t)$, и определяется по (16). Для второго интервала (k=1) $T_k<t=T_k+t<2T_k$, совпадающего с приложением первого ступенчатого возмущения $\Delta U\max$

$$\Delta I(t)=\Delta I_1(t+T_k)-\Delta I_2(t)=$$
$$=\frac{\Delta U\max}{T_k L w_1 w_0}\left\{\frac{w_1}{w_0}-e^{-b(t+T_k)}\sin\left[w_1(t+T_k)+y_3\right]\right\}-\frac{\Delta U\max}{Lw_1}e^{-bt}\sin w_1 t\,. \tag{19}$$

В приведенных выражениях время t отсчитывается от начала приложения ступенчатого возмущения.

Для n-го межкоммутационного интервала (k=n-1)

$$\Delta I_k(t)=\frac{\Delta U_{\max}}{T_k L w_1 w_0}\left\{\frac{w_1}{w_0}-e^{-b(t+kT_k)}\sin\left[w_1(t+kT_k)+y_3\right]\right\}-$$
$$-\frac{\Delta U_{\max}}{Lw_1}e^{-bt}\left\{e^{-b(k-1)T_k}\sin\left[w_1(t+(k-1)T_k)\right]+\right. \tag{20}$$
$$\left.+e^{-b(k-2)T_k}\sin\left[w_1(t+(k-2)T_k)\right]+\ldots+\sin w_1 t\right\}$$

Для оценки уровня высокочастотных пульсаций тока можно также предположить, что указанное пилообразное напряжение прикладывается не к колебательному контуру, а к цепи R,L, что вполне допустимо при высокой частоте коммутации ключей инвертора. При таком допущении составляющая тока, обусловленная линейно растущим напряжением определяется известным выражением

$$i_1(t)=\frac{\Delta U_{\max}}{T_k R}\left[t-T(1-e^{-t/T})\right] \quad , \tag{21}$$

где $T=L/R$ - постоянная времени контура.

Так как реакция контура R,L на единственное ступенчатое напряжение

$$i_2(t)=\frac{\Delta U_{\max}}{R}(1-e^{-t/T}) \quad , \tag{22}$$

то для k-го интервала времени $(k\text{-}1)T_k<t<kT_k$ реакция звена на серию возмущений $\Delta U_{\max}$ [6]

$$i_{2k}(t)=K\frac{\Delta U_{\max}}{R}-\frac{\Delta U_{\max}}{R}\left(\frac{1-e^{-kT_k/T}}{1-e^{-T_k/T}}\right)e^{-t/T}. \tag{23}$$

В установившемся периодическом режиме $t=kT_k+t$, когда $kT_k>>1$, по (21) и (23) находим выражение для расчета пульсаций тока САК

$$\Delta I(t)=i_1(t+kT_k)-i_2(t)=\frac{\Delta U_{\max}}{R}\left(\frac{t}{T_k}-\frac{T}{T_k}+\frac{e^{-t/T}}{1-e^{-T_k/T}}\right). \tag{24}$$

Согласно (24) амплитуда пульсаций тока САК определяется как разность $\Delta I(0)-\Delta I(0{,}5T_k)-0{,}5T_k/T$

$$\Delta I=\frac{\Delta U_{\max}}{R}\left(\frac{1}{1-e^{-T_k/T}}-\frac{e^{-0{,}5T_k/T}}{1-e^{-T_k/T}}-0{,}5\right). \tag{25}$$

Выводы:

1. Уровень высокочастотных пульсаций тока САК может быть определен на основании расчетной схемы, содержащей колебательный контур с нулевым начальным напряжением на емкости, подключенной к разности напряжений вращающегося и неподвижного векторов выходного напряжения инвертора.
2. Уровень пульсаций тока может быть также оценен с помощью упрощенной расчетной схемы, содержащей лишь контур R,L, включенный на линейно растущее напряжение и серию отрицательных ступенчатых напряжений, налагаемых одно на другое, через промежуток времени, равный периоду коммутации ключей АИН.

Список литературы

1. Герман – Галкин С. Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0: Учеб. пособие. – С.Пб.: КРОНА принт, 2001. – 320 с.
2. Пивняк Г.Г., Волков А.В. Современные частотно-регулируемые асинхронные электроприводы с частотно-импульсной модуляцией: Монография. – Д.: Национальный горный университет, 2006. – 470 с.
3. Эпштейн И.И. Автоматизированный электропривод переменного тока. – М.: Энергоиздат, 1982. – 192 с.
4. Гарднер М.Ф., Бэрнс Дж.Л. Переходные процессы в линейных системах с сосредоточенными параметрами: Пер. с англ. – М. – Л.: Гостехиздат, 1949. – 528 с.
5. Диткин В.А., Кузнецов П.И. Справочник по операционному исчислению. – М. – Л.: Гостехиздат, 1951. –256 с.
6. Теоретические основы электромеханики: Учебник для вузов в 3-х т. / Под общ. ред. К.М. Поливанова.. – М.: Энергия, 1972. –Т.1– 240 с.