УДК 681.324

Ю.А. Кулаков, канд. техн. наук, Халил Х.А. Аль Шкерат
(Украина, Киев, Национальный технический университет "КПИ")

ФОРМИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ КОРПОРАТИВНОЙ СЕТИ

Введение

Корпоративные сети относятся к классу сложных систем, синтез которых представляет собой многофакториальную задачу. Задача синтеза компьютерной сети в классическом варианте сводится к задаче полного перебора. В настоящее время имеется множество различных способов и алгоритмов синтеза подобных сетей [1].

В теории графов давно известны задачи поиска минимальных разрезов и сечений, которые фактически решаются разбиением сетей на подсети. Алгоритмы, решающие различные разновидности таких задач, приведены в работах [2-5]. В частности, в [4] описан алгоритм многопутевого разбиения графа по критерию, заданного функцией стоимости. При представлении компьютерной сети в виде множества элементов, определенных на некотором метрическом пространстве, решение задачи декомпозиции структуры сети рассматривается в классе экстремальных задач непрерывного разбиения множеств. Следует подчеркнуть, что большинство известных методов ориентированы на однородные сетевые структуры и не учитывают специфических особенностей корпоративных сетей. Учитывая характерные особенности корпоративных сетей целесообразно на начальном этапе структурного синтеза произвести декомпозицию сети с учетом таких параметров, как плотность распределения информационных потоков в коммуникационной подсистеме, живучесть, максимально допустимый диаметр каждой из подсетей.

Декомпозиция структуры корпоративной сети

На структурном уровне корпоративная сеть представляется (рисунок) слабосвязанным нагруженным графом $G = (V, E)$, где $V =\{v_i \mid i=1,2,\dots,n\}$ – множество вершин графа;

$E =\{e_{i,j} \mid i=1,2,\dots,n;\ j=1,2,\dots,m\}$ – множество ребер графа, инцидентных смежным вершинам v_i и v_j. Каждому ребру $e_{i,j}$ графа $G = (V, E)$ сопоставлено некоторое значение $w_{i,j}$ интенсивности потока. Каждый из подграфов исходного графа $G = (V, E)$ отражает структуру информационных потоков внутри отдельной подструктуры корпоративной сети. Как правило, интенсивность информационных потоков внутри подсети существенно превышает интенсивность потоков между отдельными подсетями.

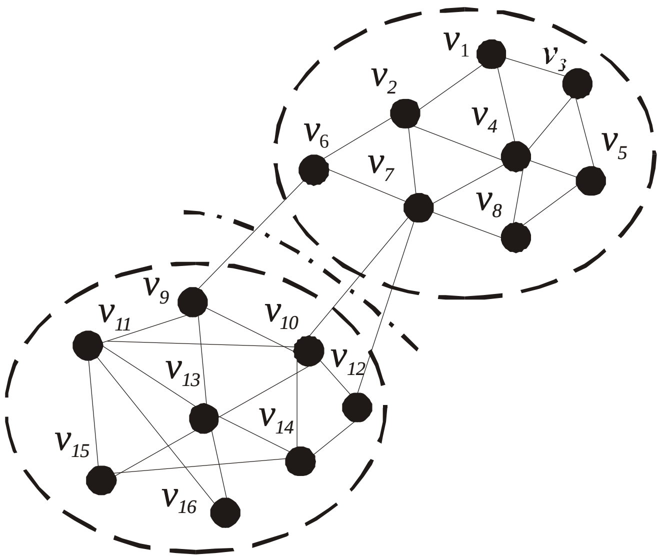

Рис.1. Структура информационных потоков в корпоративной сети

С учетом того, что пропускная способность каналов передачи данных представляет конечную величину задачи декомпозиции структуры компьютерной сети как задачу определения минимального подмножества сочленения графа; то в теории графов под множеством сочленения связного неориентированного графа $G = (V, E)$ понимают непустое подмножество B, если подграф, порожденный множеством V-B, не связан. Здесь $V=\{v_i\}$ -множество вершин графа G; величина i принимает значения от 1 до N (число вершин графа); $E=\{e_{i,j}\}$ - множество ребер неориентированного графа.

Рассмотрим вопрос анализа связности графа, используя его матрицу инцидентности. Пусть задан произвольный несвязный граф $G = (V, E)_n$, которому соответствует матрица инцидентности $½V½_{n\times n}$. Допустим, что несвязный граф состоит из двух подграфов : $G_1 = (V_1, E_1)_m$ и $G_2 = (V_2, E_2)_k$, с соответствующими матрицами инцидентности $½V_{11}½_{m\times m}$ и $½V_{22}½_{k\times k}$, где m+k =n. Далее определим номера вершин. Для первого графа, начиная с 1 до m, а для второго - с (m+1) до n. В этом случае матрица инцидентности исходного графа может быть представлена в виде блочной матрицы:

$$V=\begin{array}{|c|c|}\hline V_{11} & V_{12} \\ \hline V_{21} & V_{22} \\ \hline \end{array}$$

Заметим, что для неориентированного графа $G = (V, E)_n$ выполняется условие $½V_{12}½^{\mathbf{T}}_{m\times k} = ½V_{21}½_{k\times m}$, которое при анализе связности позволяет рассматривать одну из этих подматриц, например $½V_{12}½_{m\times k}$. Произвольный элемент $s_{i,j}$ данной матрицы определяет связь между вершинами a_i и a_j , при этом $i \in \{1,2,...m\}$, а $j \in \{m+1, m+2, ...,n\}$. Отсюда следует, что a_i является вершинами подграфа $G_1 = (V_1, E_1)_m$, а v_j - подграфа $G_2 = (V_2, E_2)_k$. Так как по условию подграфы $G_1 = (V_1, E_1)_m$ и $G_2 = (V_2, E_2)_k$ не связаны между собой , то $s_{i,j}$ =0. Таким образом, условием связности является ненулевая матрица $½V_{12}½_{m\times k}$. Выбор покрывающего подмножества полных подматриц осуществляется по строкам, т.е.

в качестве исходной подматрицы выбирается некоторая строка. Затем методом последовательного перебора попарно осуществляется объединение полных подматриц. Процесс объединения полных подматриц длится до получения минимального покрытия исходной матрицы ее основными подматрицами. Естественно, при увеличении размеров исходной матрицы значительно увеличиваются затраты на перебор всех вариантов. Так, предложенный в работе [6] алгоритм формирования минимального подмножества сочленения требует выполнения $(n+1)\times n/2$ операций сравнения и $n\times(n-1)2$ операций перестановок строк и столбцов матрицы.

Исключить операции перестановки строк и столбцов можно за счет представления строк матрицы в виде множеств, и выполняя над ними операции .

В этом случае задачу определения минимального подмножества сочленения можно сформулировать следующим образом: для произвольных вершин v_i и v_j графа $G = (V, E)$, входящих в подмножество $v_i \subset V_1$ и $v_j \subset V_2$, найти подмножество B, обеспечивающее выполнение условий:

* $V_1 \cap B = \varnothing$;
* $V_2 \cap B = \varnothing$;
* $V_1 \cap V_2 = \varnothing$;
* $V_1 \cup V_2 \cup B = V$;
* B = min.

Соотношение между рассматриваемыми подмножествами определяется выражением $B = V - (V_1 \cup V_2)$. Очевидно, подмножество B будет минимальным при максимальных подмножествах V_1 и V_2 . Следовательно задача определения минимального подмножества **B** может быть сведена к определению максимальных подмножеств V_1 и V_2 .

Как было показано выше, для несвязанного графа выполняется условие $(k+m)=n$, при достижении которого считается, что граф является несвязанным и процесс вычисления заканчивается. Для слабосвязанного графа процесс объединения заканчивается при $i=n$, а оптимальное разбиение определяется из условия $(m+k) \to \max$.

Для сильно связанного графа непосредственное использование алгоритма определения минимального подмножества сочленения не эффективно, так как по существу такое подмножество отсутствует.

В этом случае разбиение на подсети производится на основе ряда критериев, среди которых одним из основных является отношение интенсивности внешних потоков к интенсивности внутренних. Внутренними будем называть потоки, замыкающиеся внутри рассматриваемой области, а внешними - выходящие за нее. Оптимальной будет считать сеть с минимальным значением суммы всех внешних потоков. В этом случае в качестве исходных данных выступают значения интенсивностей потоков между узлами сети, которые, как правило, задаются с помощью матрицы смежности $L = \|\lambda_{i,j}\|_m$, где каждый элемент определяет интенсивность информационных потоков между соответствующими вершинами a_i и a_j графа сети передачи данных.

В данном случае критерием разделения графа на подграфы могут выступать ограничения на диаметр графа, загрузка каналов передачи данных или стоимость.

Будем различать внутренние и граничные вершины. Внутренними вершинами $v_{i,j}^{+}$ считаются все, ребра которых принадлежат данному подмножеству вершин, т.е. i и j Î {r} индексов вершин некоторого подмножества V_z. Соответственно, граничной вершиной $v_i^- \in V_z$ будем называть вершину S_j, у которой j Ï {r}.

Разрезом сети называется множество V_p, состоящее из E_p ребер, при удалении которых исходный граф разделяется на два несвязных подграфа. Для произвольного графа может существовать несколько разрезов, однако, как правило, имеется только один минимальный, состоящий из минимально возможного числа ребер.

Известные эвристические методы определения минимального разреза основаны на сортировке всех дуг $v_{i,j}$ исходного графа в порядке уменьшения коэффициента $k_{i,j}$ использования каналов передачи данных.

В работе [7] предлагается алгоритм для нахождения всех основных подматриц заданной булевой матрицы, основанный на последовательном переборе и попарном объединении полных подматриц. Естественно, при увеличении размерности исходной матрицы затраты на перебор всех вариантов возрастают, поэтому для решения данной задачи предлагается алгоритм, основанный на формировании полной подматрицы, у которой $l = \min$. При реализации данного подхода используется правило эквивалентной перестановки строк и столбцов матрицы инцидентности, при которой не нарушается топология графа.

Алгоритм заключается в следующем. Первоначально выбирается i- я строка с $\max \sum_{j=1}^{n} v_{i,j}$ и переставляется с первой строкой, соответственно переставляются и одноименные столбцы. Затем выбирается κ -я строка по условию $\max \sum_{j=1}^{n} (v_{1,j} \mathbf{I}\, v_{k,j})$,которая меняется со второй строкой, при наличии нескольких строк с одинаковой суммой выбирается строка с $\max v_{k,j}$.

В результате предложенного алгоритма матричных преобразований исходная матрица смежности приводится к виду, близкому к блочному. Анализ полученной матрицы позволяет определить локальные зоны и связывающие их ребра. Однако даже для слабосвязанного графа данный алгоритм не гарантирует однозначного решения. В случае же сильно связанного графа и равномерного распределения информационных потоков данный алгоритм вообще не дает решения, для нахождения которого возникает необходимость перераспределения потоков с последующим удалением отдельных ребер графа.

Как отмечалось выше, исключить операции перестановки строк и столбцов можно за счет представления строк матрицы в виде множеств, выполняя над ними операции. В самом деле, граф можно рассматривать как пару $G(\boldsymbol{V},\Gamma)$, где $V=\{v_i \mid i=1,2,...,n \}$ - множество вершин графа; $Г$ - соответствие между подмножествами множества V**,** которое с учетом того, что операции осуществляются над нулевыми матрицами, определим как

$$Г(v_i) = (j \mid \forall\ S_{i,j} = 0,\ j \neq i,\ j=1,2,...,n),\ \ i=1,2,...,n.$$

Далее $Г(v_i)$ обозначим как подмножество V_i , которое определяет наличие единицы в j -м столбце i -й строки матрицы инцидентности исходного графа.

В этом случае процесс формирования полной нулевой подматрицы может быть заменен на формирование двух непересекающихся подмножеств, соответствующих блочной исходной матрице инцидентности.

Основной операцией данного алгоритма является последовательное объединение множеств V_i между собой. В качестве исходного множества V_0 выбирается множество $V_\mathbf{i}$ с максимальным количеством элементов. Затем из оставшихся множеств выбирается множество V_i, образующееся путем объединения с V_0 максимального множества $V_м$ **=(** $\boldsymbol{V_0}$ Ç $\boldsymbol{V_i}$**).** Определяется число (r_1=k+m), где k - количество объединенных множеств, m- размер множества $V_м$. После первого шага величина r=2+m.

На втором и последующих шагах аналогичным образом осуществляется объединение множества $V_м$ с остальными множествами $V_м$ **=(** $\boldsymbol{V_0}$ Ç $\boldsymbol{V_i}$**).**

При этом дополнительно к подмножествам V_i(i=1, 2,...,n) сформируем вспомогательные подматрицы $\left| C_1^i \right\rceil_{2xd}$, в которых первая строка указывает номер столбца матрицы $½\Lambda½_{n\times n}$, на пересечении с которым в i-й строке исходной матрицы $½\Lambda½_{n\times n}$ находится значение $\lambda_{i,j} \neq 0$, а ее вторая строка определяет само значение этой величины. Здесь величина r определяет общее число ненулевых элементов в i-ой строке исходной матрицы $½\Lambda½_{n\times n}$. В соответствии с предлагаемым алгоритмом на каждом шаге вычисления формируется два непосредственно не связанных между собой подграфа, номера вершин которых будем соответственно заносить в множества V_0 и $V_м$. Номера вершин, образующих подмножество сочленения этих подграфов, будем заносить в вектор M_c.

После формирования подмножеств V_i (i=1, 2,...,n) и вспомогательных матриц $\left| C^i \right\rceil_{2xd}$ производится последовательное объединение множеств V_i между собой. В качестве исходного множества V_0 выбирается множество V_i с максимальным количеством элементов. Затем из оставшихся множеств выбирается множество V_i, образующееся путем объединения с A_0 максимального множества $V_м$ **=(** $\boldsymbol{V_0}$ Ç $\boldsymbol{V_i}$**).** Определяется число (r=k+m), где k - количество объединенных множеств; m - размер множества $V_м$. После первого шага r=2+m.

Для определения внешних потоков полученных подграфов формируем подмножество сочленения M_c. Затем на основании множеств V_0 , $V_м$, вектора M_c и матриц $\left| C^i \right\rceil_{2xm}$ определяем интенсивность потоков относительно подграфов V_1 и V_2.

На втором и последующих шагах аналогичным образом осуществляется объединение множества $V_м$ с остальными $V_м$ **=(** $\boldsymbol{V_0}$ Ç $\boldsymbol{V_i}$**).** На каждом i-м шаге вычисляется соответствующее значение r. Процесс объединения заканчивается при k+m =n или i=n. В первом случае исходный граф является несвязным, во втором случае разделение исходного графа на подграфы определяется соотношением подмножеств V_0, $V_м$, $V_с$..

Заключение

По сравнению с известными, предложенный алгоритм характеризуется меньшей временной сложностью, т.к. он не использует матричного представления графов, а также исключены операции перестановки строк и столбцов матриц. Следует обратить внимание на положительную особенность алгоритма, формирующего на каждом шаге вычисления минимально возможное подмножество сочленения для подграфов G_1 и G_2.

Список литературы

1. Зайченко Ю.П., Гонта Ю. В. Структурная оптимизация сетей ЭВМ. - К.: Техніка, 1986.
2. А. Кофман. Введение в прикладную комбинаторику: Пер. с франц. -М.: Наука, 1975.
3. Chiola G., Dutheillet C., Franceschinis G., Haddad S. Stochastic Well Formed Colored Nets and Symmetric Modeling Applications. // IEEE. Trans. on Computers; 1993- Vol. 42- No. 11.
4. Sanchis L. A. Multiple-Way Network Partitioning with Different Cost Functions.// IEEE. Trans. on Computers- 1993- Vol. 42, No. 12.
5. Киселева Е.М., Шор Н.З. Исследование алгоритмов решения одного класса непрерывных задач разбиения //Кибернетика и системный анализ. –1994.-№1. –С.84-96.
6. Кулаков Ю.А., Эль-Хуссейн Касам Мустафа Определение минимального подмножества сочленения структуры компьютерной сети. //Вісник національного технічного університету України “КПИ”, Інформатика, управління та обчислювальна техніка, 1998. – № 31. – С. 28
7. Yurij A. Kulakov Analysis Combinatorial Method of Global Networks Structure Coherence. – “Systemy Komputerowe i Sieci” Materialy Miedzynarodowej Konferecji Naukowej Rzeszow, 26-27 czerwca 1997.