

**Н.В. Глухова, канд. техн. наук**

(Украина, Днепрпетровск, Национальный горный университет)

## **ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ ДЛЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ**

*Постановка проблемы и ее актуальность.* Усложнение технологий производства, создание больших автоматизированных систем управления, возросшие информационные потоки приводят к необходимости применения новых математических средств для решения задач планирования, контроля, измерения и управления.

Развитие горной промышленности в настоящее время характеризуется возросшими потребностями в создании информационно-измерительных систем и систем автоматизированного управления, действующих не на локальных объектах, а охватывающих большие производственные участки, технологический процесс в целом [1]. Как подчеркивается в работе [1], технологические процессы горно-металлургического комплекса характеризуются сложностью принятия решений, большой степенью неопределенности параметров. Кроме того, далеко не все параметры поддаются количественному измерению, а оцениваются экспертами или квалифицированным персоналом на основании косвенных данных, априорных знаний и опыта.

*Постановка задачи.* Таким образом, при реализации процесса измерения технологических параметров с целью получения надежных входных данных для принятия решений необходимо иметь не только результат измерений, но и с наибольшей достоверностью охарактеризовать его неопределенность. Неопределенность позволяет количественно оценить качество выполненных измерений технологических параметров.

Согласно последним международным требованиям в области метрологии и стандартизации основной оценкой качества результата измерений рекомендуется считать его неопределенность [2]. В случае если технологический процесс горного предприятия характеризуется сложностью, неопределенностью, необходимостью принимать решения в неопределенных условиях с использованием экспертных знаний, удобно в качестве математической основы представления неопределенности измерений использовать теорию нечетких множеств [3].

До настоящего времени в горной промышленности преобладали системы управления с детерминированными параметрами либо параметрами, которые описывались с помощью аппарата теории вероятности и математической статистики. Однако первые оказывались непригодными даже при незначительных изменениях условий производства, а вторые были довольно громоздкими. Проблемы же принятия решений в сложных условиях, характеризующихся неопределенностью, фактически не были решены. Из-за неточности получения технологических параметров практическое внедрение классических методов управления в условиях неопределенности приводило к некорректному использова-

нию равенств, условий, балансовых соотношений. Применение методов теории вероятности в таких ситуациях также не всегда являлось правильным и приводило к значительному усложнению математического описания объекта управления.

Развитие теории нечетких множеств, впервые предложенной Л. Заде, позволило математически формализовать неточность информации, ее качественный характер, естественным образом описать знания, предпочтения и оценки, предоставляемые экспертами. Кроме того, согласно работе [4] разработка теории нечетких множеств дала возможность корректно математически представить неопределенность измерения физических величин, обусловленную несовершенством методов и технических средств измерений.

Неопределенность измерения состоит из двух компонент, названных в работе [2] неопределенностью категории *A* и неопределенностью категории *B*. Неопределенность результата измерения технологического параметра рекомендуется описывать либо средним квадратичным отклонением, либо симметричными границами. Это подразумевает коррекцию систематических погрешностей (например, на основании многократных измерений), поэтому погрешность результата измерений не разделяют на систематическую и случайную составляющие.

Разделение неопределенности измерений на компоненты категории *A* и компоненты категории *B* выполняется по способу их оценивания, а не по возможной причине возникновения погрешности. Компоненты категории *A* оценивают на основе известных методов математической статистики и теории вероятности, базируясь на проведении многократных измерений параметров с последующим их анализом. Компоненты категории *B* получают с помощью других операций, например, используя данные предыдущих опытов, основываясь на документах изготовителя, априорных сведениях или оценках и т.п. Таким образом, если к категории *A* относят объективные вероятностные оценки ряда измерений, то при поиске компонентов категории *B* возможно использование субъективных знаний, математически формализованных с применением теории нечетких множеств.

В монографии [5] показано, что для принятия решений при управлении сложными технологическими объектами целесообразнее использовать теорию нечетких множеств, а не классические методы теории вероятности, поскольку нечеткое представление дает более простое описание объекта и, как следствие, повышает скорость принятия решений.

Для получения характеристик неопределенности вводят нечеткое подмножество универсального множества, например, подмножество  $\tilde{A}$  универсального множества  $E$ , элементы которого представляют собой упорядоченные пары  $\{x, \mu_{\tilde{A}}(x)\}$ , где  $x$  – элемент, принадлежащий множеству  $E$ . Принадлежность элемента  $x$  нечеткому множеству  $\tilde{A}$  описывается посредством функции принадлежности  $\mu_{\tilde{A}}(x) \in [0,1]$ . Универсальное множество – это область определения функции принадлежности. Переход от полной принадлежности элемента к множеству до полной его непринадлежности осуществляется плавно, а

не скачком. В данном случае под нечетким подмножеством подразумевают распределение возможностей. Если поставить в соответствие каждому доверительному интервалу уровня  $(1-\alpha)$  каждый  $\alpha$ -уровень нечеткого подмножества  $\tilde{A}$ , то функция принадлежности такого нечеткого подмножества будет включать в себя ряд доверительных интервалов:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \sup\{\alpha \in [0, 1] \mid x \in \varepsilon_{1-\alpha}\},$$

где  $\varepsilon_{1-\alpha}$  – доверительный интервал с уровнем доверия  $(1-\alpha)$ .

Если распределение результата измерений при проведении многократных опытов принимается симметричным и унимодальным, то можно использовать треугольную функцию принадлежности. В том случае, когда результаты прямых измерений в дальнейшем служат для расчета косвенных (непрямых), их удобно математически представлять как нечеткие числа с треугольной функцией принадлежности. Математические операции над нечеткими числами могут быть в значительной степени упрощены, если применять нечеткие числа (L-R)-типа [6].

Нечеткое унимодальное число  $A$  является нечетким числом (L-R)-типа, если  $\mu_A(x) = L((a-x)/a_l) \quad \forall x \leq a, \quad a_l > 0, \quad \mu_A(x) = R((x-a)/a_r) \quad \forall x \geq a, \quad a_r > 0$ , где  $a$  – среднее значение (мода) нечеткого числа (L-R)-типа;  $a_l, a_r$  – соответственно, левый и правый коэффициенты нечеткости. Унимодальное нечеткое число принято записывать в виде трех параметров:  $A = (a, a_l, a_r)_{LR}$ . Арифметические операции над нечеткими числами (L-R)-типа выполняются следующим образом:

сложение  $(a, a_l, a_r)_{LR} + (b, b_l, b_r)_{LR} = (c, c_l, c_r)_{LR}$ ,  
где  $c = a + b, \quad c_l = a_l + b_l, \quad c_r = a_r + b_r$ ;

вычитание  $(a, a_l, a_r)_{LR} - (b, b_l, b_r)_{LR} = (c, c_l, c_r)_{LR}$ ,  
где  $c = a - b, \quad c_l = a_l - b_l, \quad c_r = a_r - b_r$ ;

умножение  $(a, a_l, a_r)_{LR} * (b, b_l, b_r)_{LR} \cong (c, c_l, c_r)_{LR}$ :  
а)  $a > 0, b > 0$   $c = a * b, \quad c_l = ab_l + ba_l, \quad c_r = ab_r + ba_r$ ;  
б)  $a < 0, b > 0$   $c = a * b, \quad c_l = ba_l - ab_r, \quad c_r = ba_r - ab_l$ ;  
в)  $a < 0, b < 0$   $c = a * b, \quad c_l = -ba_r - ab_r, \quad c_r = -ba_l - ab_r$ ;

обратное нечеткое число для  $a > 0$

$$(a, a_l, a_r)_{LR}^{-1} = \left(\frac{1}{a}, \frac{a_r}{a^2}, \frac{a_l}{a^2}\right)_{LR};$$

деление для  $a > 0, b > 0$   $(a, a_l, a_r)_{LR} / (b, b_l, b_r)_{LR} \cong (c, c_l, c_r)_{LR}$ ;

где  $c = \frac{a}{b}; \quad c_l = \frac{ab_r + ba_l}{b^2}; \quad c_r = \frac{ab_l + ba_r}{b^2}$ .

На основании выражения (1) и используя равенство

$$B = A^2 = (b, b_l, b_r) \cong (a^2, 2a \cdot a_l, 2a \cdot a_r),$$

получим формулы для извлечения корня из нечеткого числа  $A = (a, a_l, a_r)$ :

$$A = \sqrt{B} \cong (\sqrt{b}, \frac{b_l}{2\sqrt{b}}, \frac{b_r}{2\sqrt{b}}). \quad (2)$$

Аналогично выражению (2) для извлечения корня кубического из нечеткого числа необходимо выполнить:

$$\sqrt[3]{C} \cong (\sqrt[3]{c}, \frac{c_l}{3(\sqrt[3]{c})^2}, \frac{c_r}{3(\sqrt[3]{c})^2}).$$

Таким образом, для извлечения корня  $n$ -й степени из положительного нечеткого числа (L-R)-типа можно воспользоваться следующим приближенным выражением:

$$\sqrt[n]{D} \cong (\sqrt[n]{d}, \frac{d_l}{n \cdot d^{(n-1)/n}}, \frac{d_r}{n \cdot d^{(n-1)/n}}).$$

Если формирование функции принадлежности для прямых и непрямых измерений выполняется при априорно заданном законе распределения вероятностей (например, нормальном, Лапласа, треугольном, равномерном), то согласно работе [7] необходимо использовать псевдотреугольное распределение возможностей, которое задается четырьмя числами и имеет форму, инвариантную к четырем арифметическим операциям.

Итак, если информационно-измерительные системы или системы автоматизированного управления характеризуются неточностью, расплывчатостью задания и измерения входных параметров, то для математического описания таких технологических параметров, а также связей между ними рекомендуется использовать математический аппарат нечетких множеств. Кроме того, применение нечеткого математического описания позволяет использовать в математических моделях и алгоритмах управления наряду с результатами измерений экспертные знания и оценки, представляя их в виде нечетких чисел, функций принадлежности или функций распределения возможностей.

### Список литературы

1. Хорольський В.П., Хоцькіна В.Б., Бабець Є.К. Адаптивна інформаційна система інтегрованого управління виробництвом концентрату // Науковий вісник НГУ. – 2003. – №7. – С.74-79.
2. Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement: First Edition. – ISO, Switzerland, 1993. – 101 с.
3. Ціделко В.Д., Яремчук Н.А. Невизначеність вимірювання. Обробка даних і подання ре-

- зультату вимірювання: Монографія. – К.:“Політехніка”, 2002. – 176 с.
4. Mauris G., Berrah L., Foulloy L., Haurat A. Fuzzy handling of measurement errors in instrumentation. // IEEE Transaction and measurement. – 2000. – №1, V.49. – С. 43-58.
  5. Алтунин А.Е., Семухин М.В. Модели и алгоритмы принятия решений в нечетких условиях: Монография. – Тюмень: Изд-во Тюменского государственного университета, 2000.-352 с.
  6. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. – М.: Наука, 1986. – 312 с.
  7. Mauris G., Lassere V., Foulley L. A fuzzy approach for the expression of uncertainty in measurement // – Measurement. – 2001. – №29. – С.109-121.