

А.С. Бешта, докт. техн. наук В.С. Хилов, В.В. Плахотник, кандидаты техн. наук

(Украина, Днепрпетровск, Национальный горный университет)

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОДОЛЬНЫХ И КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ БУРОВОЙ ШТАНГИ

Постановка проблемы. В общей технологии открытых горных работ при разработке месторождений, сложенных скальными породами, буровзрывные работы являются одним из основных производственных процессов. Для проведения бурения наибольшее распространение получил шарошечный способ, которым выполняется до 65% всех объемов работ.

При работе бурового станка из-за взаимодействия шарошки с твердыми включениями в породе в штанге возникают собственные колебания. В такие моменты буровой станок может испытывать значительные вибрационные нагрузки. Поэтому выбор параметров бурения (частота вращения штанги ω и усилия подачи R) должен производиться с учетом значений резонансных частот. Штанга станка, предназначенного для бурения взрывных скважин, имеет сравнительно небольшую длину и может быть рассмотрена как стержень кольцевого поперечного сечения, подвергающийся осевому сжатию и кручению в процессе работы. При определении собственных частот колебаний штанги ее рассматривают как линейную систему с распределенными параметрами, в которой продольные и крутильные колебания независимы друг от друга.

Анализ публикаций. Виброустойчивость бурового става исследуется в работе [1], а в работе [2] определяются собственные частоты колебаний буровой штанги.

Целью данной работы является нахождение в общем виде математической модели буровой штанги для определения продольных и крутильных колебаний.

Изложение основного материала. В качестве объекта исследований выбраны буровые станки СБШС-250Н (АО НКМЗ) и СБШ-250МНА (ОАО «Рудгормаш»), основные параметры которых приведены в табл. 1.

Сравнительные характеристики буровых станков СБШС-250Н и СБШС-250МНА

Показатель	СБШС-250Н	СБШ-250МНА
Длина штанги, м	11	9
Внешний диаметр штанги, мм	219	203
Толщина стенок первой штанги, мм	36	50
Толщина стенок наращиваемых штанг, мм	25	25
Верхний предел усилия подачи, кН	350	300
Верхний предел частоты вращения буровой штанги, об/мин	120	150

Математическая модель для определения собственных частот продольных и крутильных колебаний односекционной штанги

При определении собственных частот колебаний буровой штанги ее рассматривали [1, 2, 3] как шарнирно опертый либо имеющий на концах защемление и шарнир стержень, подвергающийся продольному изгибу (рис. 1).



Рис. 1. Схема буровой штанги

Согласно этому условию, для определения собственных частот продольных и крутильных, составляем соответствующие дифференциальные уравнения.

Алгоритм составления уравнений для определения собственных частот продольных и крутильных колебаний односекционной штанги

Пояснения		Продольные колебания	Крутильные колебания
Уравнение колебаний		$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C_1^2 \frac{\partial u}{\partial x}, [4,5]$	$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = C_2^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}, [4,5]$
Где		u – продольные перемещения текущего сечения стержня	φ – угол поворота сечения штанги
		$C_1 = \sqrt{E/\rho}$	$C_2^2 = G/\rho$
Решение уравнения		$X_u = C_u \sin \frac{p_u}{C_1} x + D_u \cos \frac{p_u}{C_1} x$	$X_\varphi = C_\varphi \sin \frac{p_\varphi}{C_2} x + D_\varphi \cos \frac{p_\varphi}{C_2} x$
Где		C_u и D_u – произвольные постоянные	C_φ и D_φ – произвольные
		p_u – собственная частота колебаний	p_φ – собственная частота колебаний
Граничные условия:	$x = 0$	$X_u = 0$	$X_\varphi' = 0$
	$x = l$	$X_u' = 0$	$X_\varphi' = 0$
Уравнения для определения собственных частот		$\cos \frac{p_u}{C_1} l = 0$	$\sin \frac{p_\varphi l}{C_2} = 0$
Результат решения		$p_u = \frac{(2n-1)\pi}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}},$	$p_\varphi = \frac{n\pi}{l} \sqrt{\frac{G}{\rho}}$

Математическая модель для определения собственных частот буровой штанги при ее наращивании

В процессе бурения взрывной скважины штанга наращивается путем присоединения к ней стандартных труб. Для станка СБШС-250Н этих труб может быть две, каждая длиной 11 м, а для станка СБШ-250 МНА – три, каждая длиной 8 м. С изменением общей длины буровой штанги меняется спектр собственных частот продольных, крутильных и поперечных колебаний. При определении этих частот штангу можно представить в виде стержня, состоящего из двух участков: нижнего и верхнего (рис. 2.) На нижнем участке располагается штанга с большей толщиной стенки, на верхнем – одна или более штанг с меньшей толщиной стенок. Внешний диаметр у штанг одинаковый.

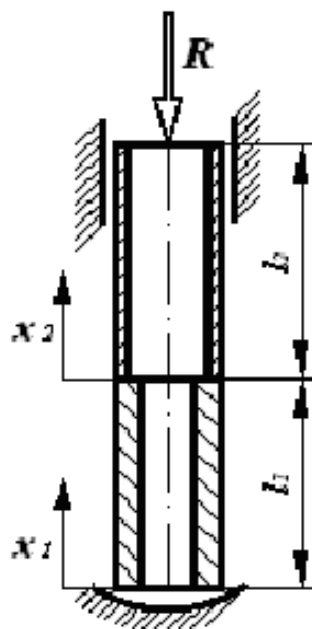


Рис. 2. Расчетная схема буровой штанги при ее наращивании

При соединении штанги скручиваются и не имеют промежуточных соединительных элементов. Для изучения колебаний такого стержня составляются формы колебаний (амплитудные функции) на каждом участке таким образом, чтобы они удовлетворяли граничным условиям и условиям сопряжения участков (табл. 3).

Таким образом, независимо от количества присоединенных труб штангу можно представить в виде стержня, состоящего из двух участков, на границе которых ступенчато изменяется площадь поперечного сечения.

Таблица 3

Алгоритм составления уравнений для определения собственных частот продольных и крутильных колебаний при наращивании штанги

Пояснения		Продольные колебания	Крутильные колебания
Собственные формы колебаний		$X_{ui} = C_{ui} \sin \frac{P_u}{C_1} x_i + D_{ui} \cos \frac{P_u}{C_1} x_i$ $i = 1, 2$	$X_{\phi i} = C_{\phi i} \sin \frac{P_{\phi}}{C_2} x_i + D_{\phi i} \cos \frac{P_{\phi}}{C_2} x_i,$ $i = 1, 2$
Где		x_1, x_2 - текущие координаты на первом и втором участке C_{ui} и D_{ui} - произвольные постоянные	$C_{\phi i}$ и $D_{\phi i}$ - произвольные постоянные
граничные условия	$x_1 = 0$	$X_{u1} = 0$	$X'_{\phi 1} = 0$
	$x_2 = l_2$	$X_{u2} = 0$	$X'_{\phi 2} = 0$

Пояснения	Продольные колебания	Крутильные колебания
$x_1 = l_2$ $x_2 = 0$	$X_{u1} = X_{u2}$	$X_{\varphi1} = X_{\varphi2}$
Перемещение и усилие на границе участков: ,	$EF_1 X'_{u1} = EF_2 X'_{u2}$	$GJ_{P1} X_{\varphi1} = GJ_{P2} X_{\varphi2}$
Система алгебраических уравнений относительно C_{ui}, D_{ui}	$\begin{cases} D_{u1} = 0; \\ C_{u2} \frac{P_u}{C_1} \cos \frac{P_u}{C_1} l_2 - D_{u2} \frac{P_u}{C_1} \sin \frac{P_u}{C_1} l_2 = 0; \\ C_{u1} \sin \frac{P_u}{C_1} l_1 = D_{u2}; \\ EF_1 C_{u1} \frac{P_u}{C_1} \cos \frac{P_u}{C_1} l_1 = EF_2 C_{u2} \frac{P_u}{C_1} \end{cases}$	$\begin{cases} C_{\varphi1} = 0; \\ C_{\varphi2} \frac{\rho\varphi}{C_2} \cos \frac{\rho\varphi}{C_2} l_2 - D_{\varphi2} \frac{\rho\varphi}{C_2} \sin \frac{\rho\varphi}{C_2} l_2 = 0; \\ D_{\varphi1} \cos \frac{\rho\varphi}{C_2} l_1 = D_{\varphi2}; \\ -J_{P1} D_{\varphi1} \frac{\rho\varphi}{C_2} \sin \frac{\rho\varphi}{C_2} l_1 = J_{P2} C_{\varphi2} \frac{\rho\varphi}{C_2} \end{cases}$
Где	F_1 и F_2 - площади поперечных сечений участков	J_{P1} и J_{P2} - моменты инерций
Уравнение, определяющее значение собственных частот колебаний	$tg\left(\frac{\rho_u l_1}{C_1}\right) tg\left(\frac{\rho_u l_2}{C_1}\right) = \frac{F_1}{F_2}$	$tg\left(\frac{\rho_\varphi l_1}{C_2}\right) ctg\left(\frac{\rho_\varphi l_2}{C_2}\right) = -\frac{J_{P2}}{J_{P1}}$

Определение собственных частот продольных и крутильных колебаний для станков СБШС-250Н и СБШ-250МНА

Результаты значений низших собственных частот продольных колебаний для станков СБШС-250Н ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\rho = 8,01 \cdot 10^3$ кг/м³, $l = 11$ м) и СБШ-250МНА ($E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\rho = 8,01 \cdot 10^3$ кг/м³, $l = 8$ м) приведены в табл. 4.

Таблица 4.

Собственные частоты продольных колебаний для станков СБШС-250Н и СБШ-250 МНА

Станок	1 штанга		2 штанги		3 штанги		4 штанги	
	$l, м$	$P_u, 1/c$	$l, м$	$P_u, 1/c$	$l, м$	$P_u, 1/c$	$l, м$	$P_u, 1/c$
СБШС – 250Н	11	700	22	391	33	257	-	-
СБШС – 50МНА	8	981	16	571	24	373	32	272

Из приведенных на рис. 3, графических зависимостей следует, что с увеличением длины штанги низшая собственная частота продольных колебаний уменьшается по нелинейному закону. Наибольшее изменение частоты наблюдается при присоединении второй трубы (уменьшение достигает 42-45%). Зна-

чение частоты P_u для станка СБШ-250 МНА (кривая 2) незначительно (на 0,5%) выше таких же частот для станка СБШ-250Н (кривая 1).

Результаты значений низших собственных частот крутильных колебаний для станков СБШС-250Н ($\rho = 8,01 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $l = 11 \text{ м}$, $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$) и СБШС-250МНА ($\rho = 8,01 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $l = 8 \text{ м}$, $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$) приведены в табл.5.

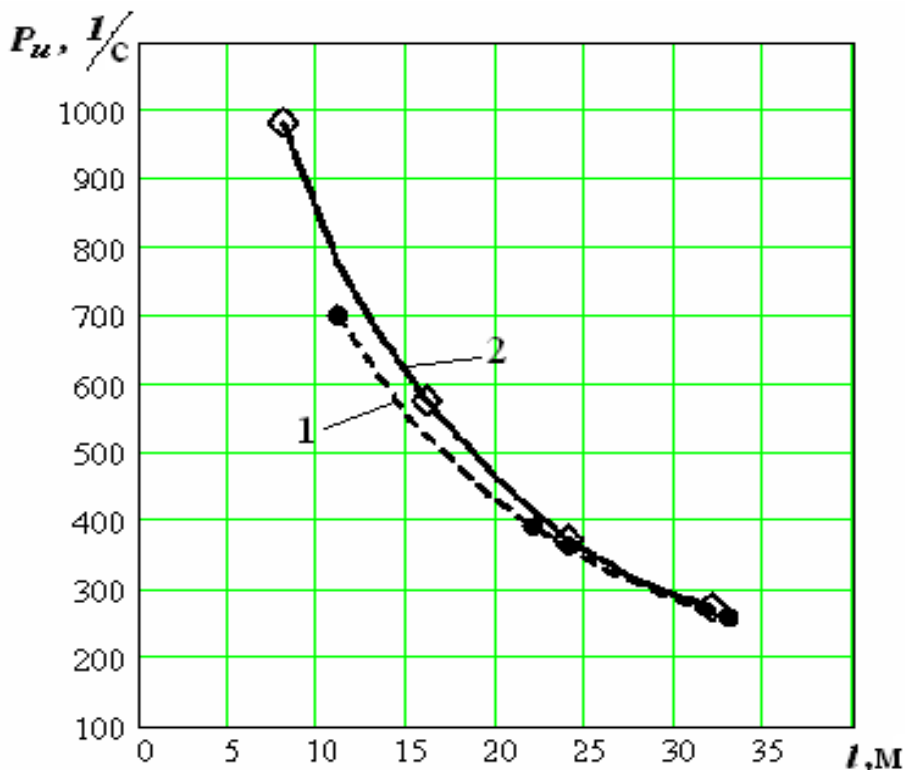


Рис. 3. Зависимость низшей частоты собственных продольных колебаний от длины буровой штанги

Таблица 5.

Значения низших собственных частот крутильных колебаний для станков СБШС-250 Н и СБШС-250 МНА

Станок	1 штанга		2 штанги		3 штанги		4 штанги	
	$l, \text{ м}$	$P_\phi, 1/\text{с}$	$l, \text{ м}$	$P_\phi, 1/\text{с}$	$l, \text{ м}$	$P_\phi, 1/\text{с}$	$l, \text{ м}$	$P_\phi, 1/\text{с}$
СБШС – 250Н	11	902	22	451	33	290	-	-
СБШС – 250МНА	8	1241	16	621	24	396	32	295

На рис. 4 представлены графические зависимости значений низшей частоты ρ_ϕ крутильных колебаний буровой штанги от ее длины l . Как и в случае продольных колебаний частоты P_ϕ уменьшается по нелинейному закону; наибольшее уменьшение частоты происходит после присоединения второй штанги. Значения частот для станка СБШ-250Н (кривая 1) и станка СБШ-250МНА (кривая 2) близки.

Наименьшие значения низших собственных частот продольных и крутильных колебаний буровой штанги намного превышают максимальные рабо-

чие частоты ($12... 15 \text{ с}^{-1}$) рассматриваемых станков.

Выводы. При работе бурового станка из-за взаимодействия шарошки с твердыми включениями в породе, в штанге возникают собственные колебания.

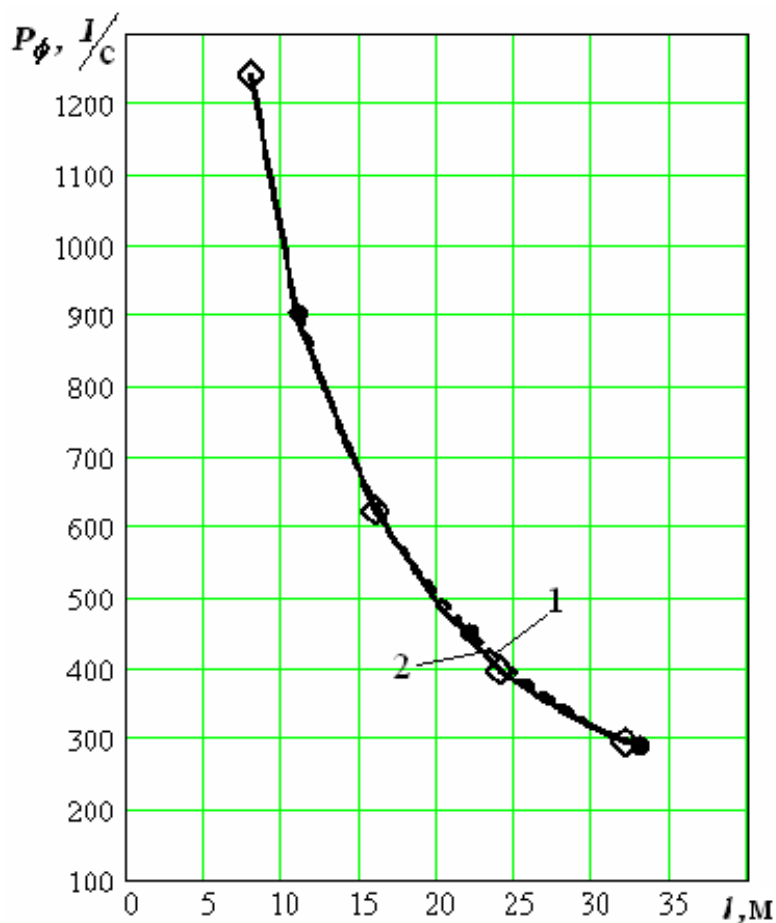


Рис. 4. Зависимость низшей частоты собственных крутильных колебаний от длины буровой штанги

В такие моменты буровой станок испытывает значительные вибрационные нагрузки. Поэтому, выбор параметров бурения должен производиться с учетом отстройки от резонансных частот. Для этого в статье предложена математическая модель для определения собственных частот продольных и крутильных колебаний буровой штанг, на основании которой сделаны выводы:

- с увеличением длины штанги низшие собственные частоты продольных и крутильных колебаний уменьшаются по нелинейному закону;
- наибольший процент изменения частоты наблюдается при присоединении второй трубы (уменьшение достигает 42-45%);
- для станков СБШС-250Н и СБШ-250МНА наименьшие значения низших собственных частот продольных и крутильных колебаний буровых штанг намного превышают максимальные рабочие частоты.

Дальнейшие исследования будут направлены на определение рационального закона изменения давления и частоты вращения штанги в процессе бурения с ограничением колебаний става.

Список литературы

1. Хилов В.С., Плахотник В.В. Оценка собственных частот колебаний буровой штанги при нестационарных режимах / В Сб. научн.трудов Нац.горн.ун-та. Днепропетровск, 2004.- №19, т.4. – С.145-150.
2. Вибрация надежность работы станков шарошечного бурения / А.Ф.Суханов, Б.Н.Кутузов, Р.Г.Шмидт. – М.: Недра, 1969.– 126 с.
3. Саркисов Г.М. Расчеты бурильных и обсадных колонн.– М.: Недра, 1971.- 208 с.
4. Пановко Я.Г. Основы прикладной теории колебаний и удара. – Л.: Машиностроение, 1976.- 320 с.
5. Прочность, устойчивость, колебания: Справочник. / Под ред. И.А.Вирига и Я.Г.Пановко. – М.: Машиностроение, 1958.– Т.3. – 567 с.