

А.Г. Моря, канд. техн. наук

(Украина, Днепрпетровск, Национальная металлургическая академия Украины)

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ТЕПЛОВОЙ НАГРУЖЕННОСТИ ДИСКОВОГО ТОРМОЗА ШАХТНОГО ЛОКОМОТИВА ПУТЕМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Наиболее сильное влияние на надежность работы тормозного устройства оказывает температурный режим. Недооценка тепловых явлений в тормозах современных машин может привести к отклонению их рабочих характеристик от расчетных и даже к аварии [1]. Применительно к тормозным устройствам шахтных локомотивов вопросы безопасности стоят на первом месте. Перегрев тормоза выше предельно допустимой температуры может привести к взрыву метано-воздушной смеси и гибели людей. Таким образом, тепловой расчет элементов тормозного устройства любой машины, работающей в шахте, – одна из наиболее важных задач при его конструировании.

Существуют различные методы теоретического определения температуры элементов тормозного устройства. Наиболее высокую точность дают методы, основанные на аналитическом решении уравнения теплопроводности [2, 3]. Однако они являются самыми трудоемкими и для элементов тормоза, имеющих сложную форму, применимы при большом количестве допущений.

Цель статьи – аналитически найти температурное поле, возникающее в основных элементах дискового тормоза шахтного локомотива, как функцию времени и координат при выполнении фрикционных накладок в виде кольцевого сектора. Это позволит проводить численные расчеты температуры в любой точке тормозного диска и фрикционных накладок при различных режимах торможения шахтного локомотива дисковым тормозом.

Тормозной диск будем рассматривать как полый ограниченный однородный цилиндр, у которого с внутренней, наружной и свободных торцевых поверхностей происходит теплоотдача в окружающую среду (рис. 1). Диск вращается с достаточно большой угловой скоростью. Тепловой поток, подводимый к нему, распространяется равномерно по всей торцевой поверхности.

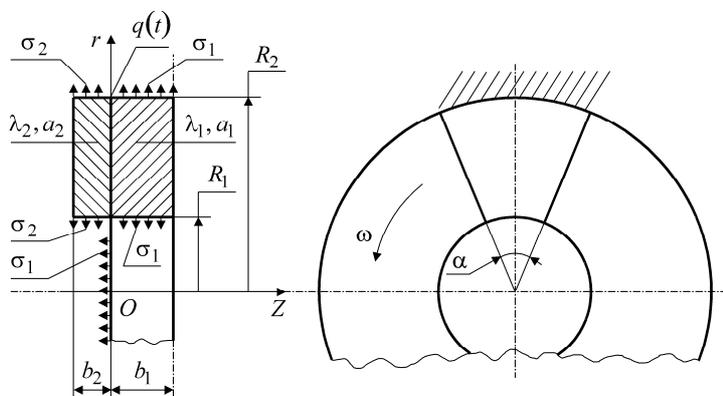


Рис. 1. Расчетная схема нагрева дискового тормоза

к нему, распространяется равномерно по всей торцевой поверхности. Нагрев диска и фрикционных накладок не зависит от угловой координаты. Отвод тепла от не трущихся поверхностей фрикционных накладок в металлический корпус колодок не учитывается. Тормозные колодки располагаются симметрично по обе стороны диска и тепловые потоки, развиваемые между диском и каждой из колодок, одинаковы. Теплоотдача в окружающую среду со свободных поверхностей тормозного диска и накладок происходит по закону

Теплоотдача в окружающую среду со свободных поверхностей тормозного диска и накладок происходит по закону

Ньютона-Рихмана [4]. Теплоемкость и теплопроводность диска и накладок постоянны. Поверхности трения диска и фрикционных накладок абсолютно гладкие и площадь контакта равна площади взаимного перекрытия.

На рис. 1 приняты обозначения: R_1, R_2 – соответственно внутренний и внешний радиусы диска; α – центральный угол кольцевого сектора фрикционной накладки; $a_{1,2} = \lambda_{1,2}/c_{1,2}\gamma_{1,2}$ – коэффициенты теплопроводности диска и фрикционных накладок соответственно (здесь и далее индекс 1 относится к диску, 2 – к фрикционным накладкам); λ_1, λ_2 – коэффициенты теплопроводности; c_1, c_2 – удельные теплоемкости; γ_1, γ_2 – плотности; σ_1, σ_2 – коэффициенты теплоотдачи, учитывающие конкретные условия процесса теплоотдачи; b_1, b_2 – полутолщины диска и накладок соответственно.

Тормозной диск связан с цилиндрической системой координат, начало которой в центре диска в плоскости контакта диска и одной из фрикционных накладок, ось OZ направлена вдоль оси вращения диска в сторону диска. Ввиду симметрии при расчете теплообразования рассматривается только одна торцевая поверхность диска. Полное тепловое поле определяется методом наложения.

В начальный момент времени диск и накладки имеют заранее известную одинаковую температуру. Диск, вращающийся с заданной угловой скоростью, и накладки приводятся в соприкосновение. В плоскости контакта образуется теплота, которая рассматривается как действие непрерывного источника $q(t)$. Требуется определить температуры в тормозном диске T_1 и фрикционных накладках T_2 как функции времени t и координат r, z .

Для решения поставленной задачи воспользуемся дифференциальным уравнением теплопроводности в цилиндрических координатах [2], положив $(\partial^2 T / \partial \varphi^2) = 0$. На основании расчетной схемы (рис. 1) получим

$$\frac{\partial T_{1,2}}{\partial t} = a_{1,2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial T_{1,2}}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_{1,2}}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T_{1,2}}{\partial z^2} \right) \quad (R_1 < r < R_2, \quad -b_2 < z < b_1); \quad (1)$$

начальное условие: $T_{1,2}|_{t=0} = T_H$, где T_H – начальная температура диска и накладок;

граничные условия:

$$\lambda_{1,2} \frac{\partial T_{1,2}}{\partial r} \Big|_{r=R_1} = \sigma_{1,2} (T_{1,2} - T_H) \Big|_{r=R_1}, \quad \lambda_{1,2} \frac{\partial T_{1,2}}{\partial r} \Big|_{r=R_2} = -\sigma_{1,2} (T_{1,2} - T_H) \Big|_{r=R_2},$$

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} \Big|_{z=0} = -\alpha_{\text{тп}} \kappa q(t) + (1 - \kappa) \sigma_1 (T_1 - T_H) \Big|_{z=0}, \quad \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} \Big|_{z=0} = (1 - \alpha_{\text{тп}}) q(t), \quad T_{1,2} < \infty,$$

где $\alpha_{\text{тп}}$ – коэффициент распределения тепловых потоков, показывающий какая часть генерируемого при трении тепла отводится в тормозной диск; $\kappa = \alpha / 2\pi$.

При принятых допущениях коэффициент $\alpha_{\text{ТП}}$ может быть определен по формуле А.В. Чичинадзе [5]: $\alpha_{\text{ТП}} = \sqrt{\lambda_1 c_1 \gamma_1} / (\sqrt{\lambda_1 c_1 \gamma_1} + \sqrt{\lambda_2 c_2 \gamma_2})$.

Тепловой поток $q(t)$ находится по формуле [3]

$$q(t) = \frac{M_T \omega_H}{t_T F} \int_0^t \left(1 - \frac{\tau}{t_T}\right) d\tau,$$

где t_T – время торможения; $F = \alpha(R_2^2 - R_1^2)/2$ – площадь контакта; ω_H – угловая скорость диска в начальный момент времени; $M_T = \mu N R_3$ – тормозной момент, возникающий в дисковом тормозе от действия одной фрикционной накладки; μ – коэффициент трения для пары материалов диска и фрикционной накладки; N – осевое усилие прижатия колодки к диску; R_3 – эквивалентный радиус трения.

Для случая выполнения фрикционных накладок в виде отдельного кольцевого сектора эквивалентный радиус трения может быть найден из соотношения [1]

$$R_3 = \frac{2}{3} \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2} \frac{\alpha}{\sqrt{2(1 - \cos \alpha)}}.$$

Перейдем к безразмерным величинам [2]: $\theta_{1,2} = \frac{T_{1,2} - T_H}{T_D - T_H}$ – безразмерная температура, где T_D – допустимое значение температуры на поверхности диска;

$\zeta = \frac{z}{R_2}$, $\rho = \frac{r}{R_2}$, $\rho_1 = \frac{R_1}{R_2}$, $\lambda = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$, $a = \frac{a_2}{a_1}$, $Fo = \frac{a_1 t}{R_2^2}$ – критерий Фурье (без-

размерное время), $Bi_{1,2} = \frac{\sigma_{1,2}}{\lambda_{1,2}} R_2$ – критерий Био, $Ki = \frac{q(t) R_2}{(T_D - T_H) \lambda_1}$ – критерий

Кирпичева.

Уравнение (1), начальное и граничные условия к нему примут вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \theta_1}{\partial Fo} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta_1}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial \zeta^2}, \\ \frac{\partial \theta_2}{\partial Fo} &= a \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \theta_2}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial \zeta^2} \right); \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

начальное условие: $\theta_{1,2}|_{Fo=0} = 0$;

граничные условия: $\frac{\partial \theta_{1,2}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_1} = Bi_{1,2} \theta_{1,2} \Big|_{\rho=\rho_1}$, $\frac{\partial \theta_{1,2}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1} = -Bi_{1,2} \theta_{1,2} \Big|_{\rho=1}$,

$\frac{\partial \theta_1}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} = -\alpha_{\text{ТП}} \kappa Ki + (1 - \kappa) Bi_1 \theta_1 \Big|_{\zeta=0}$, $\lambda \frac{\partial \theta_2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} = (1 - \alpha_{\text{ТП}}) Ki$, $\theta_{1,2} < \infty$.

Применим к уравнениям системы (2) и граничным условиям преобразование Лапласа по переменной Fo [6]:

$$\tilde{f}(\rho, \zeta, s) = \int_0^{\infty} f(\rho, \zeta, Fo) e^{-sFo} dFo,$$

что позволит исключить частные производные по времени. С учетом начального условия получим

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\theta}_1}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \tilde{\theta}_1}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\theta}_1}{\partial \zeta^2} &= s \tilde{\theta}_1, \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{\theta}_2}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \tilde{\theta}_2}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\theta}_2}{\partial \zeta^2} &= \frac{s}{a} \tilde{\theta}_2; \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\text{граничные условия: } \left. \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{\theta}_{1,2}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=\rho_1} &= Bi_{1,2} \tilde{\theta}_{1,2} \Big|_{\rho=\rho_1}, \quad \frac{\partial \tilde{\theta}_{1,2}}{\partial \rho} \Big|_{\rho=1} = -Bi_{1,2} \tilde{\theta}_{1,2} \Big|_{\rho=1}, \\ \frac{\partial \tilde{\theta}_1}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} &= -\alpha_{\text{тп}} \kappa \tilde{K}i + (1-\kappa) Bi_1 \tilde{\theta}_1 \Big|_{\zeta=0}, \quad \lambda \frac{\partial \tilde{\theta}_2}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} = (1-\alpha_{\text{тп}}) \tilde{K}i, \quad \tilde{\theta}_{1,2} < \infty, \end{aligned} \right\}$$

$$\text{где } \tilde{\theta}_{1,2}(\rho, \zeta, s) = \int_0^{\infty} \theta_{1,2}(\rho, \zeta, Fo) e^{-sFo} dFo.$$

Применим к уравнениям системы (3) конечное интегральное преобразование Ханкеля по переменной ρ [2]:

$$\tilde{\tilde{f}}(v_n, \zeta, s) = \int_{\rho_1}^1 \rho \tilde{f}(\rho, \zeta, s) V_0(v_n \rho) d\rho,$$

где $V_0(v_n \rho)$ – ядро преобразования, которое нужно определить.

Умножим уравнения системы (3) на $\rho V_{01,2}(v_n \rho)$ и проинтегрируем по ρ от ρ_1 до 1. Функцию $V_{01,2}(v_n \rho)$ определим так, чтобы выполнялось равенство

$$\int_{\rho_1}^1 \tilde{\theta}_{1,2} \left(\frac{\partial V_{01,2}(v_n \rho)}{\partial \rho} + \rho \frac{\partial^2 V_{01,2}(v_n \rho)}{\partial \rho^2} \right) d\rho = -v_n^2 \int_{\rho_1}^1 \rho \tilde{\theta}_{1,2} V_{01,2}(v_n \rho) d\rho = -v_n^2 \tilde{\tilde{\theta}}_{1,2}.$$

Тогда

$$\frac{\partial^2 V_{01,2}(v_n \rho)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial V_{01,2}(v_n \rho)}{\partial \rho} + v_n^2 V_{01,2}(v_n \rho) = 0. \quad (4)$$

Граничные условия к уравнению (4) запишем исходя из равенства

$$\left(\rho V_{01,2}(v_n \rho) \frac{\partial \tilde{\theta}_{1,2}}{\partial \rho} - \rho \frac{\partial V_{01,2}(v_n \rho)}{\partial \rho} \tilde{\theta}_{1,2} \right) \Big|_{\rho_1}^1 = 0.$$

С учетом первых двух граничных условий к уравнениям системы (3) имеем

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{\partial V_{01,2}(v_n \rho)}{\partial \rho} - B_{i,2} V_{01,2}(v_n \rho) \right) \Big|_{\rho=\rho_1} &= 0, \\ \left(\frac{\partial V_{01,2}(v_n \rho)}{\partial \rho} - B_{i,2} V_{01,2}(v_n \rho) \right) \Big|_{\rho=1} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Уравнение (4) с однородными линейными граничными условиями (5) для определения ядра преобразования $V_{01,2}(v_n \rho)$ является задачей Штурма – Лиувилля [7]. Общее решение уравнения Бесселя нулевого порядка (4) имеет вид [2]

$$V_{01,2}(v_n \rho) = A_{1,2} J_0(v_n \rho) + B_{1,2} Y_0(v_n \rho),$$

где $J_0(v_n \rho)$ и $Y_0(v_n \rho)$ – функции Бесселя соответственно первого и второго рода нулевого порядка; $A_{1,2}$ и $B_{1,2}$ – постоянные.

Постоянные $A_{1,2}$ и $B_{1,2}$ найдем, с использованием условия (5). В ядро преобразования $V_{01,2}(v_n \rho)$ входят лишь положительные корни характеристического уравнения системы (4), (5) $v_1 < v_2 < v_3 < \dots$ [2], каждому из которых соответствует единственное, с точностью до множителя, решение задачи Штурма – Лиувилля

$$V_{01,2}(v_n \rho) = (B_{i,2} Y_0(v_n) - v_n Y_1(v_n)) J_0(v_n \rho) + (v_n J_1(v_n) - B_{i,2} J_0(v_n)) Y_0(v_n \rho).$$

Из свойств функции Бесселя [8] следует, что это решение для всех $n \in [1; \infty)$ является полной ортогональной с весом ρ системой на отрезке $[\rho_1; 1]$, т.е.

$$\int_{\rho_1}^1 \rho V_{01,2}(v_i \rho) V_{01,2}(v_j \rho) d\rho = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j, \\ \frac{\rho^2}{2} (V_{01,2}^2(v_i \rho) + V_{01,2}'^2(v_i \rho)) \Big|_{\rho_1}^1 & \text{при } i = j. \end{cases}$$

Итак, после применения к уравнениям системы (3) конечного интегрального преобразования Ханкеля получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \bar{\theta}_1}{d\zeta^2} - (v_n^2 + s) \bar{\theta}_1 &= 0, \\ \frac{d^2 \bar{\theta}_2}{d\zeta^2} - \left(v_n^2 + \frac{s}{a} \right) \bar{\theta}_2 &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\frac{d\bar{\theta}_1}{d\zeta} \Big|_{\zeta=0} = -\alpha_{\text{тп}} \kappa \bar{K} i + (1 - \kappa) B_{i,2} \bar{\theta}_1 \Big|_{\zeta=0}, \quad \lambda \frac{d\bar{\theta}_2}{d\zeta} \Big|_{\zeta=0} = (1 - \alpha_{\text{тп}}) \bar{K} i, \quad \bar{\theta}_{1,2} < \infty.$$

Частные решения уравнений системы (6)

$$\bar{\theta}_1 = \frac{\alpha_{\text{тп}} \kappa \bar{K} i}{\left(\sqrt{v_n^2 + s} + (1 - \kappa) Bi_1 \right)} e^{-\zeta \sqrt{v_n^2 + s}} \quad (\zeta \geq 0), \quad \bar{\theta}_2 = \frac{(1 - \alpha_{\text{тп}}) \bar{K} i}{\lambda \sqrt{v_n^2 + s/a}} e^{\zeta \sqrt{v_n^2 + s/a}} \quad (\zeta \leq 0).$$

Обратное преобразование Ханкеля найдем в виде разложения по собственным функциям [2]:

$$\tilde{\theta}_{1,2} = \sum_{n=1}^{\infty} D_n V_{01,2}(v_n \rho), \quad \text{где } D_n = \frac{\bar{\theta}_{1,2}}{\int_{\rho_1}^1 \rho V_{01,2}^2(v_n \rho) d\rho}.$$

Обратное преобразование Лапласа получим с помощью таблиц [9], используя теорему о свертке функций [10].

Температуру на поверхности трения ($\zeta = 0$) в процессе нагрева определим по формуле

$$\theta_{1,2}(\rho, 0, Fo) = \frac{2\pi Bi_{1,2}}{Bi_{1,2}^2 + 1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_{01,2}(v_n \rho) (2 + \pi \rho_1 V_{01,2}(\rho_1 v_n))}{v_n (4 - \pi^2 \rho_1^2 V_{01,2}(\rho_1 v_n))} \int_0^{Fo} Ki(Fo - \tau) \varphi_{1,2}(v_n, \tau) d\tau, \quad (7)$$

$$\text{где } \varphi_1 = \alpha_{\text{тп}} \kappa e^{-v_n^2 Fo} \left(\frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} - (1 - \kappa) Bi_1 e^{\kappa^2 Bi_1^2 Fo} \operatorname{erfc}((1 - \kappa) Bi_1 \sqrt{Fo}) \right); \quad \varphi_2 = \frac{(1 - \alpha_{\text{тп}}) \sqrt{a} e^{-av_n^2 Fo}}{\lambda \sqrt{\pi Fo}}.$$

В период охлаждения температуру на поверхности трения найдем из соотношения, вывод которого аналогичен приведенному в монографии [3]:

$$\theta_{1,2}(\rho, 0, Fo) = \frac{2\pi^2}{Bi_{1,2}^2 + 1} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{V_{01,2}(v_n \rho)}{4 - \pi^2 \rho_1^2 V_{01,2}(v_n \rho_1)} \int_0^{Fo} \eta_{1,2}(v_n, \tau) d\tau + U_{1,2}, \quad (8)$$

$$\text{где } \eta_{1,2}(v_n, Fo) = c_{1,2} \exp \left[- (d_{1,2} - Bi_{1,2}^2) \right] \times \left(\frac{\exp(-d_{1,2} Fo)}{\sqrt{\pi Fo}} - \sqrt{d_{1,2}} \exp(d_{1,2} Fo) - 1 \right);$$

$$c_1 = U_1 Bi_1; \quad c_2 = \sqrt{a} U_2 Bi_2; \quad d_1 = v_n^2; \quad d_2 = a v_n^2; \quad U_{1,2} = \frac{T_{\text{к1,2}} - T_{\text{н}}}{T_{\text{д}} - T_{\text{н}}}; \quad T_{\text{к1,2}} - \text{значение}$$

температуры в конце периода нагрева на поверхности трения.

При повторном нагреве вместо $T_{\text{н}}$ следует подставлять значение температуры на поверхности диска в конце периода охлаждения.

Фактическую температуру определим из соотношения

$$T_{1,2} = \theta_{1,2}(T_{\text{д}} - T_{\text{н}}) + T_{\text{н}}. \quad (9)$$

Формулы (7) – (9) позволяют получить графические зависимости изменения относительной температуры $T^* = T_1/T_{\text{д}}$ на поверхности трения тормозного диска от времени для различных режимов движения локомотива. На рис. 2 представлены результаты расчетов относительной температуры на поверхности трения тормозного диска при многократном повторении цикла, включающего торможение до полной остановки и разгон.

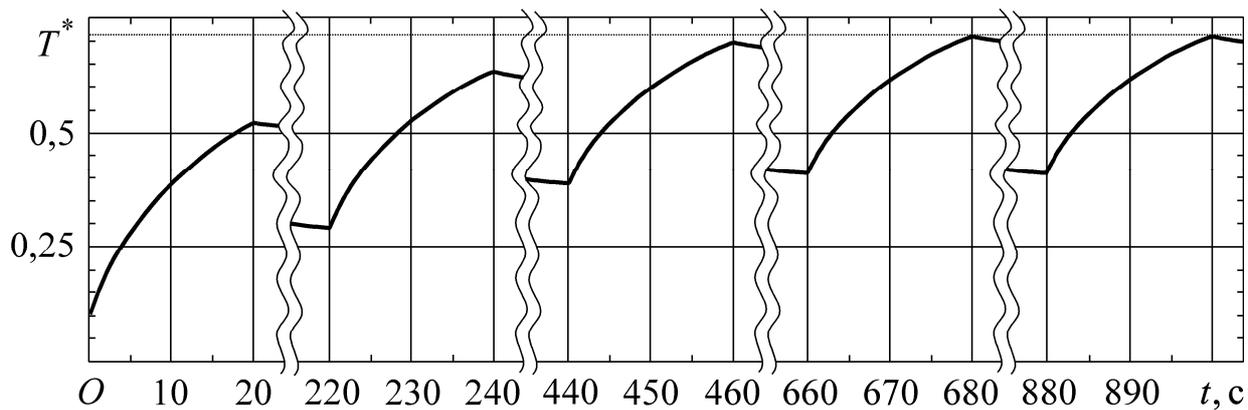


Рис. 2. Изменение относительной температуры на поверхности трения тормозного диска

Исходные данные: материал диска – сталь 45 НВ 415; материал фрикционной накладки – 6КХ-1 (прессматериал холодного формования); $R_1 = 6,5 \cdot 10^{-2}$ м; $R_2 = 1,7 \cdot 10^{-1}$ м; $\alpha = \pi/4$; $a_1 = 1,3 \cdot 10^{-5}$ м²/с; $a_2 = 6,7 \cdot 10^{-8}$ м²/с; $\lambda_1 = 4,5 \cdot 10^1$ Вт/(м·°С); $\lambda_2 = 5,1 \cdot 10^{-1}$ Вт/(м·°С); $\sigma_1 = 44$ Вт/(м²·°С); $\sigma_2 = 8$ Вт/(м²·°С); $b_1 = 1,25 \cdot 10^{-2}$ м; $b_2 = 5,5 \cdot 10^{-3}$ м; $\omega_n = 200$ рад/с; $c_1 = 461$ Дж/(кг·°С); $c_2 = 963$ Дж/(кг·°С); $t_T = 20$ с; $t_p = 200$ с (время разгона и стационарного движения); $\mu = 0,535$; $N = 4600$ Н; $T_n = 25$ °С; $T_d = 240$ °С (по условиям работы фрикционной пары).

Из рис. 2 видно, что максимальная температура на поверхности трения диска, достигаемая в конце торможения, практически не изменяется, начиная с третьего цикла торможение-разгон.

Выводы

1. Получено аналитическое решение задачи о нахождении температурного поля, возникающего в тормозном диске и фрикционных накладках дискового тормоза шахтного локомотива при выполнении последних в виде кольцевого сектора, которое может быть использовано при выборе рациональных параметров и разработке новых конструкций тормозных систем.

2. Установлена зависимость относительной температуры на поверхности трения тормозного диска от времени при циклическом торможении шахтного локомотива.

3. Показано, что максимальная температура на поверхности трения диска, достигаемая в конце торможения, стабилизируется, начиная с третьего цикла, включающего в себя торможение до полной остановки и разгон.

4. При исходных данных, соответствующих реальным условиям работы дискового тормоза шахтного локомотива, максимальная температура на поверхности трения диска не превышает 72% от допустимого значения.

Список литературы

1. Александров М.П. Тормоза подъемно-транспортных машин.– М.: Машиностроение, 1976.– 383 с.
2. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. – 600 с.

3. Белобров В.И., Абрамовский В.Ф., Самуся В.И. Тормозные системы шахтных подъемных машин. – К.: Наук. думка, 1990. – 176 с.
4. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача. – М.: Энергия, 1975. – 488 с.
5. Чичинадзе А.В. Расчет и исследование внешнего трения при торможении. – М.: Наука, 1968. – 230 с.
6. Фарлоу С. Уравнения с частными производными. – М.: Мир, 1985. – 384 с.
7. Кошляков Н.С., Глинер Э.Б. Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. – М.: Высш. шк., 1970. – 712 с.
8. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
9. Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению. – М.: Высш. шк., 1965. – 467 с.
10. Мартыненко В.С. Операционное исчисление. – К.: Высш. шк., 1990. – 359 с.