

**И.В. Новицкий, д-р. техн. наук,**

**Ю.А. Шевченко**

(Украина, Днепрпетровск, Национальный горный университет)

## ИССЛЕДОВАНИЕ СПОСОБОВ ПЕРЕДАЧИ РЕЗОНАНСНОЙ ЭНЕРГИИ ВНУТРЕННИМ СЛОЯМ НАГРУЗКИ БАРАБАНЫХ МЕЛЬНИЦ ДЛЯ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ПРОЦЕССА ИЗМЕЛЬЧЕНИЯ РУД

### Введение. Постановка проблемы.

Одним из наиболее вероятных механизмов возбуждения колебаний нагрузочного момента привода мельницы являются колебания внутренних слоев нагрузки барабана, вызванное периодическим изменением радиуса вращения [1]. Предлагается, что свободное движение внутримельничной нагрузки описывается уравнением

$$\ddot{\theta} - f\dot{\theta}^2 + \omega_0^2 \sin(\theta - \arctg(f)) = 0, \quad (1)$$

где  $\theta$  – угол отклонения центра тяжести от вертикальной оси, *рад*;  $f$  – коэффициент трения;  $g$  – ускорение свободного падения;  $R$  – радиус барабана мельницы, *м*.

При этом частота колебаний системы может быть приближенно оценена выражением

$$\omega_0^2 = \frac{g}{R} \sqrt{1 + f^2}. \quad (2)$$

Как следует из уравнения (1), характер движения материала не зависит от его массы, а определяется радиусом барабана мельницы  $R$  и коэффициентом трения  $f$ .

Исследовав систему (1), в зависимости от коэффициента трения  $f$ , было получено следующее нелинейное дифференциальное уравнение [2]:

$$\ddot{\theta} - f\dot{\theta}^2 \text{Sign}(\Omega - \dot{\theta}) + \frac{g}{R} \cdot \sin(\theta) - \frac{fg}{R} \cdot \cos \theta \cdot \text{Sign}(\Omega - \dot{\theta}) = 0. \quad (3)$$

За счет наносности барабана, т.е. несовпадения его геометрической оси с осью вращения, параметр  $R$  (радиус вращения нагрузки) будет изменяться по закону:

$$R = R_0 + r \cdot \sin(\omega \cdot t), \quad (4)$$

где  $R_0$  – средний радиус вращения, *м*;  $r$  – малый радиус, *м*;  $\omega$  – частота изменения параметра  $R$ , кратная частоте вращения барабана, *рад/с*.

Из классической литературы [3] известно, что параметрический резонанс в системе (3) возможен, если отношения частот  $2\omega_0 / \omega \approx n$ , где  $n = 1, 2, 3, \dots$

При этом ширина областей резонанса будет интенсивно определяться значениями  $n$  и  $r$ .

Наглядно расположения областей параметрического резонанса демонстрируются диаграммами Айнса-Стретта для управления Матье, которые структурно близко к уравнению (1).

При наличии диссипации в системе (3) имеем:

$$\ddot{\theta} - f\dot{\theta}^2 \text{Sign}(\Omega - \dot{\theta}) + \rho\dot{\theta} + \frac{g}{R} \cdot \sin(\theta) - \frac{fg}{R} \cdot \cos\theta \cdot \text{Sign}(\Omega - \dot{\theta}) = 0 \quad (5)$$

области возникновения резонанса сужаются и он возможен при малых значениях  $n$  и больших  $r$ .

Если диссипация нелинейная и  $\rho$  возрастает с увеличением  $\theta$ , то в системе при параметрическом резонансе устанавливаются колебания с определенной амплитудой.

**Целью настоящего исследований** является усиления параметра резонанса в системе (3), т.е. расширения областей его возникновения или увеличения амплитуды установившихся колебаний при нелинейной диссипации за счет изменения параметра в формуле (4) по гармоническому закону:

$$\omega = \omega^0 + k \cdot \sin(\omega' t). \quad (6)$$

При этом необходимо исследовать влияние дополнительного воздействия по скорости изменения радиуса (6) и определения оптимального значения параметров закона (6), т.е.  $k$  и  $\omega'$ .

#### **Основной материал и результаты исследования.**

Выполнить анализ исследования системы (5) сложно, поскольку с учетом (4) и (6) получим систему, приведенную к виду:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = F(\theta, \dot{\theta}) \\ F(\theta, \dot{\theta}) = f\dot{\theta}^2 \text{Sign}(\Omega - \dot{\theta}) - \rho\dot{\theta} - \frac{g}{R} \cdot \sin(\theta) + \frac{fg}{R} \cdot \cos\theta \cdot \text{Sign}(\Omega - \dot{\theta}) \\ R = R_0 + r \cdot \sin(\omega^0 t + k \cdot t \cdot \sin(\omega' t)) \end{cases} \quad (7)$$

Параметры системы (7) являются:  $\theta$  – угол отклонения центра тяжести от вертикальной оси, *рад*;  $f$  – коэффициент трения;  $g$  – ускорение свободного падения;  $R_0$  – средний радиус вращения (определяет собственную частоту колебаний системы), *м*;  $r$  – амплитуда изменения радиуса вращения, *м*;  $\omega^0$  – средняя скорость изменения радиуса, *рад/с*;  $\omega'$  – частота возбуждения по скорости изменения  $R$ , *рад/с*;  $k$  – амплитуда возбуждения по скорости изменения  $R$ ;  $\rho$  – коэффициент демпфирования.

Для расчетов процессов системы (7) была составлена программа, которая

для определенных значений параметров системы (7) и начальных условий  $\theta(0)$  и  $\dot{\theta}(0)$  позволяет рассчитывать процессы  $\theta(t)$  и  $\dot{\theta}(t)$ .

При выполнении расчетов константами были следующие данные:  $R = 1,5 \text{ м}$ ;  $f = 0,8$ ;  $\omega^0 = \omega' = 2,8 \text{ рад/с}$ ;  $\theta(0) = 0,5 \text{ рад}$ ;  $\dot{\theta}(0) = 0 \text{ рад}$ .

Для исследования явления параметрического резонанса в системе (7) были проведены несколько этапов расчета, по каждому из которых были сделаны определенные выводы.

Первый этап содержал вычисления частоты колебаний угла  $\theta(t)$  для различных  $R_0$  при значениях параметров  $\rho = 0$ ;  $r = 0,1 \text{ м}$ ;  $k = 0$ . При этом система уравнений (7) описывает консервативную систему (т.к.  $\rho = 0$ ), в которой устанавливаются колебания угла  $\theta$  с амплитудой, зависящей от начальных условий  $\theta(0)$  и  $\dot{\theta}(0)$ . При значении радиуса  $R_0 = 1,5 \text{ м}$ , которое соответствует частоте  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{R} \sqrt{1 + f^2}} = 2,8 \text{ рад/с}$ , кратной  $\omega^0$ , параметр резонанса не наблюдается, что очевидно объясняется малым значением  $r$ . График полученной зависимости частоты колебаний  $\omega(\theta)$  от  $R_0$  представлен на рис. 1.

Как видно из графика частота колебаний моментально уменьшается с ростом радиуса вращения  $R_0$ .

На втором этапе были выполнены расчеты при  $\rho = 0$ ;  $R_0 = 1,5 \text{ м}$  и изменяющимся  $k$ . Другими словами в систему было введено гармоническое возбуждение по скорости изменения радиуса  $R$ . На рис. 2 (а, б) представлены полученные графики зависимости амплитуды колебаний угла  $\Delta\theta$  через 20 секунд после начала процесса от параметра  $k$  для 2-х значений параметра  $r$ : 0,1 и 0,2 м.

Амплитуда угла  $\Delta\theta$  при  $t \approx 20\text{с}$  принята в качестве критерия потому, что при отсутствии резонанса через 20 с. в системе возникают колебания с установившейся амплитудой  $\Delta\theta$ , а при наличии резонанса наблюдается монотонный рост амплитуды, которая неограниченно возрастает при  $t \rightarrow \infty$ .

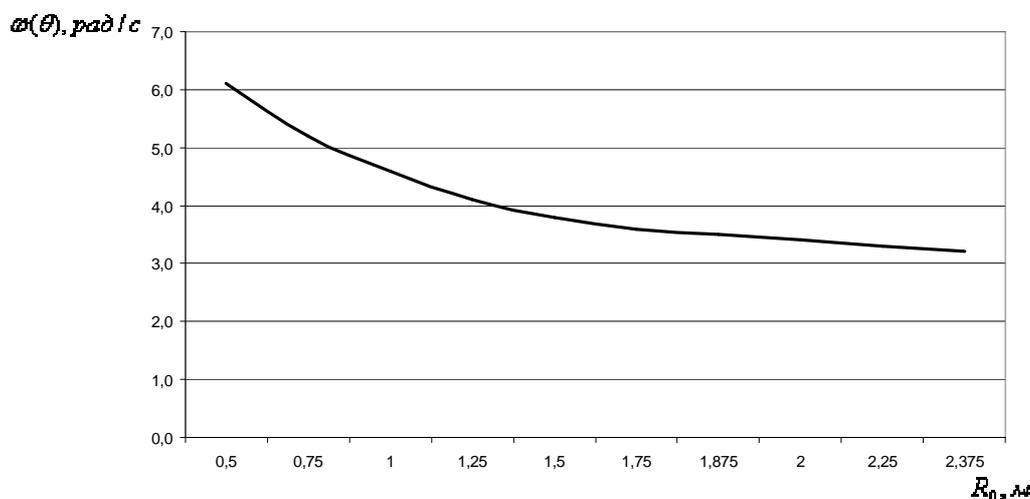


Рис. 1. Зависимость частоты колебаний  $\omega(\theta)$  от радиуса вращения  $R_0$  для мельницы МРГ- 40×75

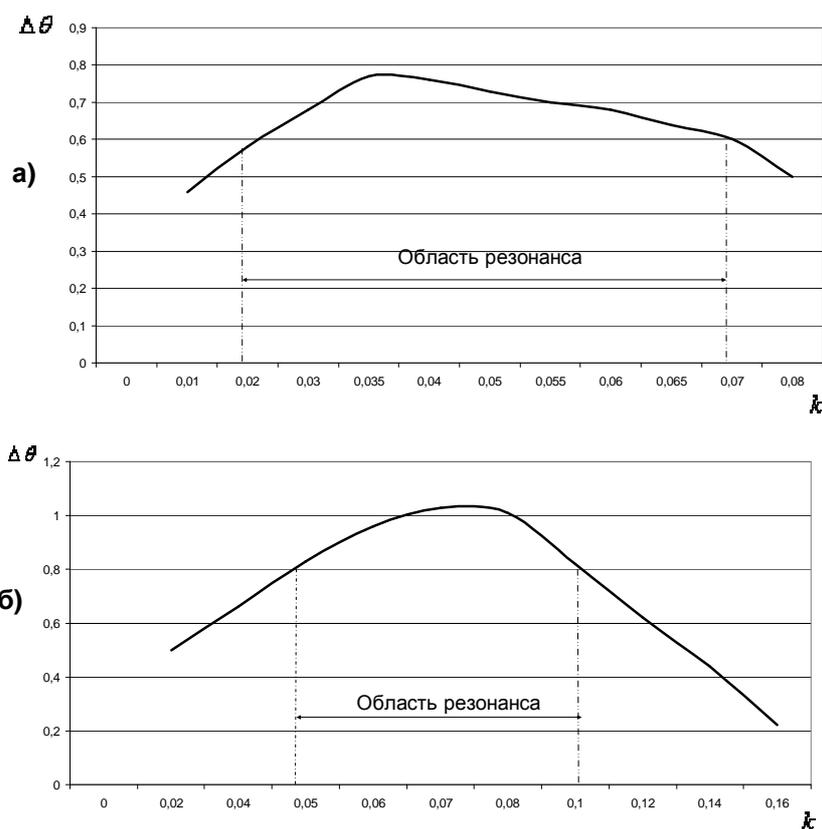


Рис. 2. Зависимость амплитуды колебаний угла  $\Delta\theta$  от интенсивности воздействия по скорости  $k$  для мельницы МРГ- 40×75

Анализируя графики рисунка 2 можно сделать вывод о том, что существуют такие оптимальные значения  $k$ , при которых в системе возникает резонанс. Следовательно, введение дополнительного возбуждения по скорости изменения  $R$  расширяет область возникновения резонанса и является способом его усиления.

На третьем этапе расчеты выполнялись при введении в систему нелинейной диссипации, когда необратимые потери энергии возрастают пропорционально скорости изменения угла  $\theta$ , т.е.  $\rho = 0,01$ . В этом случае в системе возникают установившиеся колебания с определенной амплитудой  $\Delta\theta$ .

На рис. 3 представлены зависимости амплитуды установившихся колебаний  $\Delta\theta$  от параметра  $r$ . Кривая 1 получена для  $R_0 = 1,5 м$  и  $k = 0$ , а кривая 2 для  $R_0 = 1,5 м$  и  $k = 0,07$ .

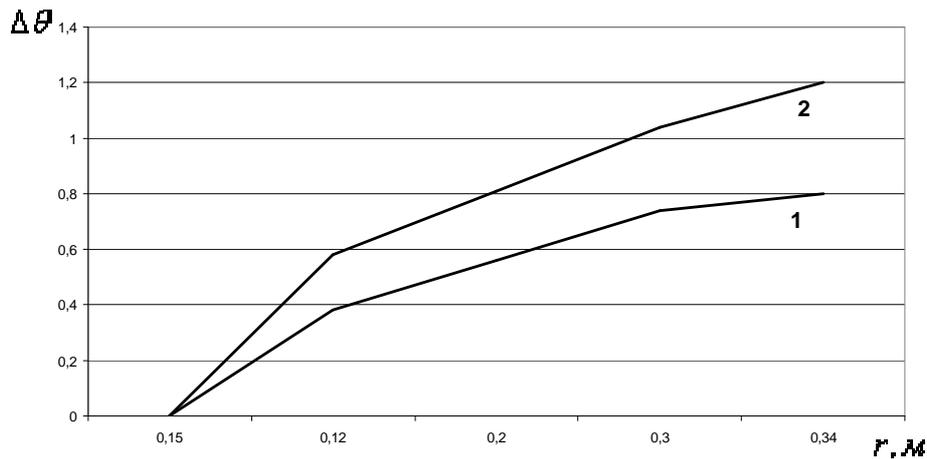


Рис. 3. Зависимость амплитуды установившихся колебаний  $\Delta\theta$  от малого параметра  $r$  для мельницы МРГ- 40×75

Кривые на рис. 3 подтверждают, что введение дополнительного возбуждения по скорости изменения радиуса вращения расширяет область возникновения резонанса и усиливает колебания в системе.

На рис. 4 представлены результаты исследований частоты установившихся колебаний в системе при введении возбуждения по скорости изменения радиуса ( $k = 0,07$ ) в зависимости от среднего радиуса вращения  $R_0$ . В отличие от графика (рис. 1) кривая на рис. 4 не является монотонно убывающей в обла-

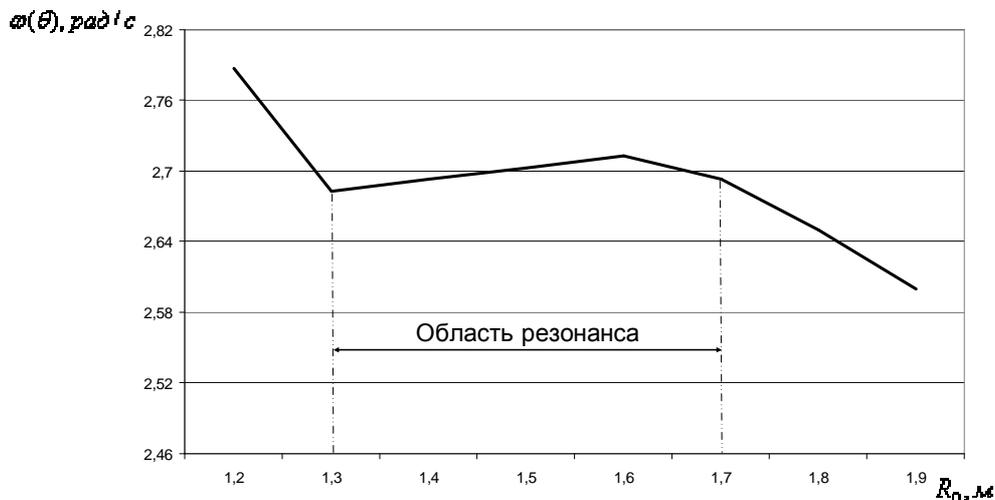


Рис. 4. Зависимость частоты установившихся колебаний  $\omega(\theta)$  от радиуса вращения  $R_0$  при введении дополнительного возбуждения по скорости параметрического резонанса ( $R_0 \approx 1,5$  м) здесь наблюдается явление захвата частоты.

На рис. 5 представлен график переходного процесса для заданных значений параметров системы.

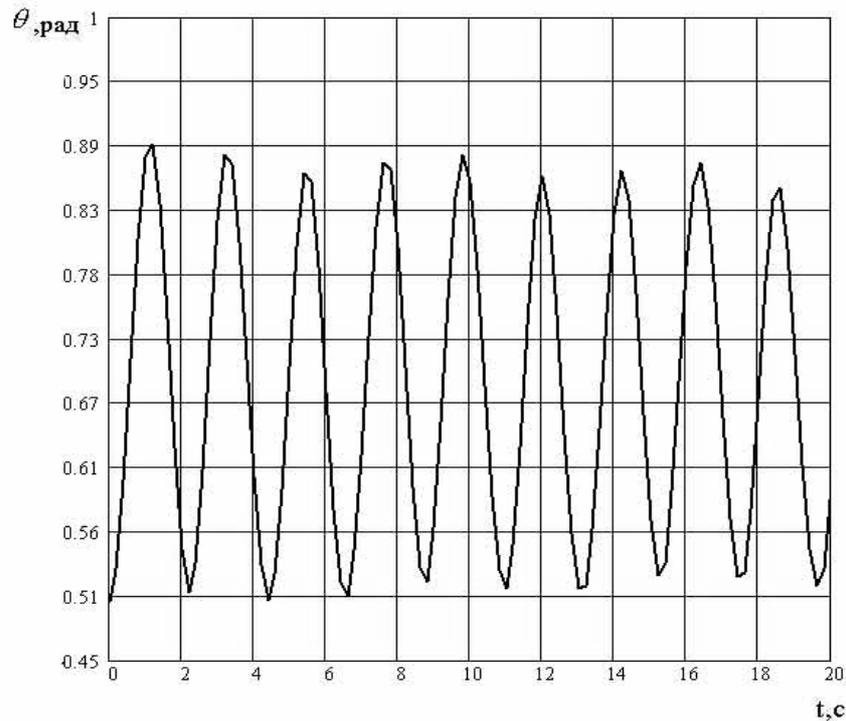


Рис. 5. Решение уравнения (7) численным методом для мельницы МРГ- 40×75

### Выводы

Результаты выполненного исследования свидетельствуют о том, что введение в систему (7) дополнительно возбуждения по скорости изменения радиуса вращения, при определенных параметрах последних, расширяет границы области параметрического резонанса, а при наличии нелинейной диссипации приводит к увеличению амплитуды колебаний угла  $\theta$ . Кроме этого существуют оптимальные значения частоты и амплитуды вводимых воздействий.

### Список литературы

1. Марюта А.Н. Теория моделирования колебаний рабочих органов механизмов и ее положения. М.: Наука, 1991. – 172 с.
2. Новицкий И. В., Шевченко Ю. А. Моделирование процесса возникновения колебаний рудной нагрузки барабанных мельниц. //Сб. науч. тр. НГУ. – 2005. – № 22. – С. 108 -113.
3. Каударер Г. Нелинейная механика. – М.: Изд-во иностр. лит. , 1961. – 386 с.
4. Сокур Н.И., Потураев В.Н., Бабец Е.К. Дробление и измельчение руд. – Кривой рог: Изд-во «ВЭЖА», 2000 – 290 с.
5. Новицкий И.В. Автоматическая оптимизация процессов самоизмельчения руд в барабанных мельниках. Д.: Системные технологии, 2000. – 195 с.
6. Младецкий І.К., Пілов П.І. Технологічні розрахунки показників збагачення корисних копалин: Навч. посібник. – Д.: Національний гірничий університет, 2005 – 156 с.