

В.Ю. Куваев*(Украина, Днепрпетровск, Национальная металлургическая академия Украины)*

ПОТЕРИ ОТ ВИХРЕВЫХ ТОКОВ В АСИНХРОННОМ ДВИГАТЕЛЕ ПРИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ НАГРУЗКЕ

Постановка проблемы. Асинхронные двигатели многих электроприводов работают в режимах, для которых характерны непрерывные электромагнитные переходные процессы. Это не только режим стохастической нагрузки, но и режимы S3÷S8, частые пуски, торможения, реверсы, а также детерминированные переменные нагрузки. Нагрев двигателя в этих режимах определяется потерями в обмотках статора и ротора и потерями в сердечнике магнитной системы с учетом несинусоидальных законов изменения во времени токов и магнитных потоков.

Методика определения электрических потерь достаточно подробно разработана практически для всех динамических режимов работы электрических машин [1], в то время как определение потерь в стали при произвольных законах изменения индукции во времени представляет собой сложную задачу. Это связано прежде всего с тем, что для анализа уровня проектирования и качества изготовления или ремонта асинхронных двигателей необходимо разделить потери в стали на составляющие (потери на вихревые токи и потери на гистерезис), а также определить их отдельно для сердечников статора и ротора.

Цель работы. В настоящей работе рассматривается метод определения потерь от вихревых токов в шихтованном магнитопроводе при электромагнитных переходных процессах в асинхронном двигателе.

Анализ последних достижений и публикаций. В большинстве работ, посвященных учету магнитных потерь от вихревых токов, электромагнитное поле рассматривается периодически изменяющимся во времени. При этом удельные потери от вихревых токов могут быть найдены [2] путем расчета по формуле

$$P_{\text{вих}} = \frac{4}{3} \cdot k_f^2 \cdot \frac{\gamma}{\delta} \cdot f^2 \cdot B_m^2 \cdot (2a)^2, \quad (1)$$

где k_f – коэффициент формы кривой, для синусоиды равный $\frac{\pi}{2 \cdot \sqrt{2}}$; γ и δ – соответственно электрическая проводимость и удельный вес стали; f – частота; B_m – амплитуда магнитной индукции в стали; $2a$ – толщина листа стали.

Однако в переходных режимах индукция и напряженность магнитного поля, как и магнитный поток в воздушном зазоре, представляют собой сложные функции времени, содержащие не только гармонические, но и аperiodические составляющие [3]. В [1] учет влияния вихревых токов в сердечниках статора и ротора в переходных процессах реализуется путем введения в схему замеще-

ния двух интегральных контуров вихревых токов, т.е. математическая модель асинхронного двигателя с двумя обмотками на статоре и роторе и круговым полем в воздушном зазоре состоит из четырех обмоток по осям α и β . Параметры интегральных контуров вихревых токов обычно определяют экспериментально, что не всегда выполнимо в условиях производства; следует также иметь в виду, что экспериментальный метод не дает возможности отдельно определить параметры контуров вихревых токов для сердечников статора и ротора.

Результаты исследований. Определение потерь от вихревых токов в шихтованном магнитопроводе следует выполнять не только из расчета вихревых токов в одной пластине (что справедливо лишь для сердечников с идеальной межлистовой изоляцией), но и для контуров вихревых токов, выходящих за пределы отдельных пластин (что характерно для магнитных систем реальных электродвигателей, и особенно для двигателей после проведения ремонтно-восстановительных работ, связанных с заменой вышедших из строя обмоток).

Для анализа этого вопроса обратимся к рис.1, где изображен фрагмент шихтованного магнитопровода, состоящего из ферромагнитных пластин толщиной $2a$, отделенных межлистовой изоляцией толщиной $\Delta_{и}$. Магнитопровод находится в созданном внешним источником однородном магнитном поле, изменяющемся во времени по произвольному закону $H_i(t)$. Начало координат выбрано в середине листа стали; индукция и напряженность магнитного поля направлены по оси y . Лист имеет толщину $2a$ и высоту h ($h \gg 2a$), поэтому искажающим влиянием краев листа на поле можно в первом приближении пренебречь и считать, что в лист проникает плоская электромагнитная волна. Предположим, что контуры токов внутри каждой пластины 1 и контуры, выходящие за пределы пластин 2 являются независимыми. В этом случае потери от вихревых токов определяются суммой потерь от вихревых токов в пластинах $P_{вих 1}$ и потерь от вихревых токов, обусловленных межлистовой проводимостью $P_{вих 2}$.

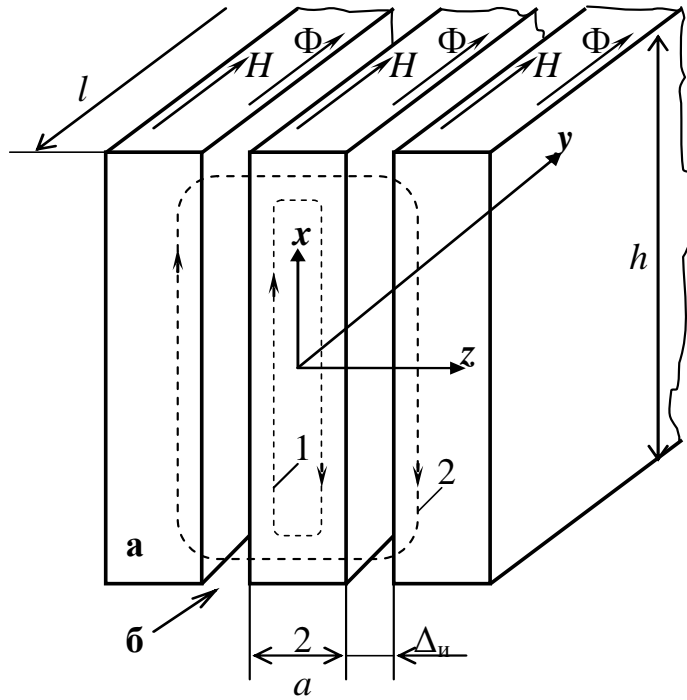


Рис.1. Фрагмент шихтованного магнитопровода асинхронной машины: а – ферромагнитные пластины; б – межлистовая изоляция.

Уравнение Максвелла для плоской волны в проводящей среде для отдельной пластины [3], решение которого позволит рассчитать $P_{\text{вих 1}}$:

$$\frac{d^2 \dot{H}_m}{dz^2} = j \cdot \omega \cdot \gamma_x \cdot \mu_x \cdot \dot{H}_m, \quad (2)$$

где \dot{H}_m – комплексная амплитуда напряженности магнитного поля; $\omega = 2\pi f$ – угловая частота; μ_x и γ_x – соответственно магнитная проницаемость пластины и электрическая проводимость в направлении оси x , которые можно принять за постоянные.

Уравнение Максвелла для плоской волны [3] для шихтованного материала, решение которого позволит рассчитать $P_{\text{вих 2}}$:

$$\frac{d^2 \dot{H}_m}{dx^2} = j \cdot \omega \cdot \gamma_z \cdot \mu_z \cdot \dot{H}_m, \quad (3)$$

где $\gamma_z = \frac{\gamma_x}{1 + \frac{\gamma_x \cdot \Delta_{и}}{\gamma_{и} \cdot 2a}}$; $\mu_z = \frac{\mu_x}{1 + \frac{\mu_x \cdot \Delta_{и}}{\mu_{и} \cdot 2a}}$ – соответственно эквивалентные электропроводность и магнитная проницаемость в направлении оси z ; γ_z и μ_z – удель-

ная электропроводность и магнитная проницаемость изоляционного промежутка.

Решение уравнения (2) имеет вид:

$$\dot{H}_m = A_1 \cdot e^{q_1 z} + C_1 \cdot e^{-q_1 z}, \quad (4)$$

где $q_1 = \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu_x \cdot \gamma_x} = (1 + j) \cdot k_1$; а

$$k_1 = \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_x \cdot \gamma_x}{2}}. \quad (5)$$

Постоянные интегрирования A_1 и C_1 могут быть найдены из граничных условий. При $z = \pm a$, $H_y = H_0$ – напряженность на поверхности листа. Отсюда

$$A_1 = C_1 = \frac{\dot{H}_m}{e^{q_1 a} + e^{-q_1 a}}.$$

Подставляя значения A_1 и C_1 в (4), получим:

$$\dot{H}_m = H_{m0} \frac{e^{q_1 z} + e^{-q_1 z}}{e^{q_1 a} + e^{-q_1 a}} = H_{m0} \frac{ch q_1 z}{ch q_1 a}. \quad (6)$$

Комплексные амплитуды магнитной индукции и плотности тока:

$$\dot{B}_m = \mu_x \cdot \dot{H}_m = \mu_x \cdot H_{m0} \frac{ch q_1 z}{ch q_1 a} = B_{m0} \cdot ch q_1 z, \quad (7)$$

$$\dot{J}_m = -\frac{d\dot{H}_m}{dz} = q_1 \cdot H_{m0} \frac{sh q_1 z}{ch q_1 a} = \frac{q_1}{\mu_x} \cdot B_{m0} \cdot sh q_1 z, \quad (8)$$

где $B_{m0} = \frac{\mu_x \cdot H_{m0}}{ch q_1 a}$ – индукция в середине пластины (при $z = 0$).

Среднее значение индукции по толщине пластины:

$$B_{mcp} = \int_{-a}^{+a} \dot{B}_m dz = \frac{B_{m0}}{2a} \int_{-a}^{+a} ch q_1 z dz = \frac{B_{m0}}{q_1 a} \cdot sh q_1 a. \quad (9)$$

Выражения для модулей \dot{B}_m и \dot{J}_m имеют вид:

$$B_m = B_{m0} \cdot \sqrt{\frac{ch 2k_1 z + \cos 2k_1 z}{2}}; \quad (10)$$

$$B_{mcp} = \frac{B_{m0}}{2a \cdot k_1} \cdot \sqrt{ch k_1 \cdot 2a - \cos k_1 \cdot 2a}; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} J_m &= \frac{k_1}{\mu_x} B_{m0} \cdot \sqrt{ch 2k_1 z - \cos 2k_1 z} = \\ &= \frac{k_1 \cdot 2a \cdot B_{mcp} \cdot \sqrt{ch 2k_1 z - \cos 2k_1 z}}{\mu_x \cdot \sqrt{ch 2k_1 a - \cos 2k_1 a}}; \end{aligned} \quad (12)$$

Потери в элементарном объеме пластины толщиной dz :

$$dp_{вих1} = \left(\frac{J_m}{2} \right)^2 \cdot \frac{h \cdot l}{\gamma_x} \cdot dz = \frac{k_1^4 \cdot 4a^2 \cdot h \cdot l}{2\mu_x^2 \cdot \gamma_x} B_{mcp}^2 \frac{ch 2k_1 \cdot z - \cos 2k_1 \cdot z}{ch 2k_1 \cdot a - \cos k_1 \cdot 2a}. \quad (13)$$

Мощность потерь от вихревых токов в пластинах магнитопровода

$$P_{вих1} = N \int_{-a}^{+a} dp_{вих1} = \frac{2a \cdot S \cdot N \cdot k_1^3}{\mu_x^2 \cdot \gamma_x} B_{mcp}^2 \frac{sh 2a \cdot k_1 - \sin 2a \cdot k_1}{ch 2a \cdot k_1 - \cos 2a \cdot k_1}, \quad (14)$$

где $S = h \cdot l$ – площадь боковой поверхности пластины; N – количество пластин в магнитопроводе.

Поскольку структура равенств (2) и (3) одинакова, то решение уравнения (3) будет аналогично приведенному решению уравнения (2) (формулы 4–14) при замене соответственно x на z , μ_x и γ_x на μ_z и γ_z . В этом случае мощность потерь от вихревых токов, обусловленных межлистовой проводимостью:

$$P_{вих2} = \frac{2a \cdot S \cdot N \cdot k_2^3}{\mu_z^2 \cdot \gamma_z} B_{mcp}^2 \frac{sh 2a \cdot k_2 - \sin 2a \cdot k_2}{ch 2a \cdot k_2 - \cos 2a \cdot k_2}, \quad (15)$$

где $k_2 = \sqrt{\frac{\omega \cdot \mu_z \cdot \gamma_z}{2}}$.

Потери от вихревых токов в шихтованном магнитопроводе статора:

$$P_{вих}^s = P_{вих1} + P_{вих2}. \quad (16)$$

Рассмотрим практическое применение предлагаемого метода расчета потерь от вихревых токов. Необходимый для расчета потерь закон изменения индукции во времени находится из решения системы дифференциальных уравне-

ний, описывающих электромеханические переходные процессы асинхронного двигателя в осях α, β [1]:

$$\left. \begin{aligned} u_{\alpha}^s &= i_{\alpha}^s \cdot r_{\alpha}^s + d\Psi_{\alpha}^s/dt ; & u_{\alpha}^r &= i_{\alpha}^r \cdot r_{\alpha}^r + d\Psi_{\alpha}^r/dt + \omega_r \Psi_{\beta}^r \\ u_{\beta}^s &= i_{\beta}^s \cdot r_{\beta}^s + d\Psi_{\beta}^s/dt ; & u_{\beta}^r &= i_{\beta}^r \cdot r_{\beta}^r + d\Psi_{\beta}^r/dt + \omega_r \Psi_{\alpha}^r \\ \Psi_{\alpha}^s &= L_s \cdot i_{\alpha}^s + M \cdot i_{\alpha}^r ; & \Psi_{\alpha}^r &= L_r \cdot i_{\alpha}^r + M \cdot i_{\alpha}^s \\ \Psi_{\beta}^s &= L_s \cdot i_{\beta}^s + M \cdot i_{\beta}^r ; & \Psi_{\beta}^r &= L_r \cdot i_{\beta}^r + M \cdot i_{\beta}^s \\ d\omega_r/dt &= p(M_{\varepsilon} \pm M_c)/J , \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

где $u_{\alpha}^s, u_{\beta}^s, u_{\alpha}^r, u_{\beta}^r, i_{\alpha}^s, i_{\beta}^s, i_{\alpha}^r, i_{\beta}^r$ – соответственно напряжения и токи в обмотках статора и ротора; $r_{\alpha}^s, r_{\beta}^s, r_{\alpha}^r, r_{\beta}^r$ – активные сопротивления обмоток статора и ротора; M – взаимная индуктивность; $L_{\alpha}^s, L_{\beta}^s, L_{\alpha}^r, L_{\beta}^r$ – полные индуктивности обмоток статора и ротора по осям α и β ; ω_r – угловая скорость вращения ротора; p – число пар полюсов машины; M_{ε} – электромагнитный вращающий момент, создаваемый машиной; M_c – момент нагрузки.

Как показано в [3], стохастическая нагрузка $M_c(t)$ может быть представлена математической моделью нагрузочного момента в виде гармонической функции со случайными аргументами.

Амплитуда результирующего потокосцепления обмотки статора:

$$\Psi_m = \sqrt{\Psi_{m\alpha}^2 + \Psi_{m\beta}^2}, \quad (18)$$

где $\Psi_{m\alpha} = \Psi_{\alpha}^s - (L_s - M) \cdot i_{\alpha}^s$; $\Psi_{m\beta} = \Psi_{\beta}^s - (L_s - M) \cdot i_{\beta}^s$

Зная Ψ_m , можно определить амплитуду магнитного потока в воздушном зазоре машины:

$$\Phi_{\delta} = \frac{\Psi_m}{k_{\text{об}}^s \cdot w_1}, \quad (19)$$

где $k_{\text{об}}^s \cdot w_1$ – эффективное число витков фазы статора.

Решением уравнений (17–19) определяется закон изменения магнитного потока во времени в воздушном зазоре $\Phi_{\delta}(t)$ в любом переходном или установившемся режиме. Затем определяются амплитуды и частоты гармонических составляющих индукции и напряженности магнитного поля в ярме и зубцах статора и по формулам (14), (15) и (16) рассчитываются зависимости потерь от вихревых токов в стали статора от времени.

Для расчета потерь от вихревых токов в роторе необходимо учесть, что ротор вращается относительно магнитного поля со скоростью $\omega_1 - \omega_2$, которая

при стохастической нагрузке в общем случае переменная. Магнитный поток в роторе:

$$\Phi_r(t) = \Phi_\delta(t) \frac{\sin(\varphi + \alpha_2)}{\sin(\omega_1 t + \alpha_1)}, \quad (20)$$

где α_1 и α_2 – углы сдвига оси поля относительно осей фаз статора и ротора в момент времени $t=0$; $\varphi = \int_0^t (\omega_1 - \omega_2) dt + \varphi_0$ – угол между осями синхронно вращающегося поля статора и фазы α обмотки ротора; φ_0 – начальный угол.

Определив гармонический спектр индукции в участках магнитной цепи ротора и зависимость напряженности магнитного поля от времени, рассчитываем потери от вихревых токов в стали ротора по выражениям, аналогичным формулам (14), (15) и (16).

Выводы

1. При стохастической нагрузке магнитное поле асинхронного двигателя представляет собой сложную функцию времени, содержащую не только гармонические, но и апериодические составляющие; в этом случае определение потерь мощности в стали от вихревых токов известными методами представляет сложную задачу, и с учетом общепринятых допущений имеет большую погрешность.

2. Предлагаемый метод позволяет:

- вычислить потери мощности в стали магнитопровода асинхронной машины от вихревых токов при любом законе изменения магнитного поля;

- рассчитать отдельно потери от вихревых токов в статоре и роторе, а также составляющие этих потерь, обусловленные межлистовой проводимостью шихтованной магнитной системы, что позволит установить качество ее изготовления или восстановления в процессе ремонта;

- учесть, в случае необходимости, уменьшение потерь от вихревых токов вследствие их размагничивающего действия, которое выражается в вытеснении магнитного потока от середины листов к их периферии.

Список литературы

1. Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин: Учеб. для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1994. – 318 с.
2. Рихтер Р. Электрические машины, т.1 и т.3: ОНТИ НКТП, 1935
3. Куваев В.Ю., Николенко А.В. О необходимости учета режима нагрузки электропривода при паспортизации асинхронных двигателей после проведения ремонтно-восстановительных работ // Гірничя електромеханіка та автоматика: Наук.-техн. зб. – 2005. – Вип. 74 –С.117-121.