

**Е.В. Мочалин, канд. физ.-мат. наук**

(Украина, Алчевск, Донбасский государственный технический университет)

## **СОПРОТИВЛЕНИЕ ВРАЩЕНИЮ ФИЛЬТРОЭЛЕМЕНТА РОТАЦИОННОГО ФИЛЬТРА**

Фильтры с вращающимся фильтроэлементом или ротационные фильтры относятся к классу гидродинамических полнопоточных фильтров механической очистки жидкостей от дисперсных примесей [1]. Сочетание двух факторов – закрутки потока и наличия фильтрующей перегородки, обеспечивает таким фильтрам ряд преимуществ, использование которых способно во многих ситуациях существенно снизить себестоимость тонкой очистки рабочих, смазывающих, охлаждающих и других жидкостей.

Среди развитых методов анализа течений вблизи вращающегося фильтроэлемента центральное место занимает непосредственное численное моделирование, которое позволяет получить всю практически необходимую информацию для оптимального проектирования ротационных фильтров. Однако необходимость использования низкорейнольдсово́й формулировки пристенной турбулентности в рамках дифференциальной двухпараметрической модели Менгера приводит к значительным затратам машинного времени (от нескольких часов до десяти часов на один вариант). При этом сложный характер течения, обусловленный одновременным наличием резкого сдвигового слоя с большими радиальными градиентами, кривизны линий тока и интенсивного отсоса жидкости через поверхность фильтроэлемента, требует постоянного контроля сходимости численного решения и корректировки вычислительной стратегии. Поэтому имеется необходимость в разработке приближенных методов и получении аналитических зависимостей, позволяющих с удовлетворительной точностью осуществлять инженерные расчеты в интересах проектирования ротационных фильтров.

Одной из важных составляющих такого расчета является определение мощности привода вращения фильтроэлемента. Мощность привода вращения в значительной степени определяется моментом сопротивления вращению фильтроэлемента со стороны жидкости. *Поэтому целью настоящей работы является обоснование расчетных зависимостей для определения момента гидродинамического сопротивления вращению фильтроэлемента ротационного фильтра.*

### **Основные результаты исследования**

Конструктивная схема ротационного фильтра приведена на рис. 1. Зона отделения примесей или рабочая полость представляет собой кольцевую область между внешней неподвижной проницаемой цилиндрической перегородкой с относительно крупными проходными отверстиями и вращающимся фильтрующим элементом. Внутренняя неподвижная проницаемая цилиндрическая вставка обеспечивает значительное снижение гидродинамического сопротивления фильтра [8].

Как следует из представленной конструктивной схемы ротационного фильтра (см. рис. 1), полный момент гидродинамических сил, приложенных к вращающемуся фильтроэлементу, складывается из момента сил трения, распределенных по вращающимся торцевым поверхностям, которые являются непроницаемыми, и момента сил, обусловленных вращением проницаемого полого цилиндра.

### *Сопротивление рабочей части фильтроэлемента*

Будем рассматривать две возможные конструкции фильтроэлемента – сплошную, когда фильтровальные отверстия выполнены непосредственно в теле вращающегося цилиндра, и сетчатую, когда имеется фильтровальная сетка, натянутая на цилиндрический каркас с отверстиями. Соответствующие схемы периодических фрагментов поперечного сечения рабочей полости фильтра представлены на рис. 2.

Сопротивление боковой рабочей части фильтроэлемента определяется тремя факторами:

- трением по наружной поверхности;
- трением по внутренней поверхности;
- разностью давлений на стенках проходных отверстий.

Наибольшую трудность представляет получение расчетной зависимости для определения нормальных напряжений на стенках отверстий в цилиндре для прохода жидкости. Избежать этого можно, применив интегральную теорему об изменении момента количества движения для подходящим образом выбранного жидкого объема. При этом мы имеем возможность определить сразу суммарный момент гидродинамических сил, действующих на рабочую часть фильтроэлемента.

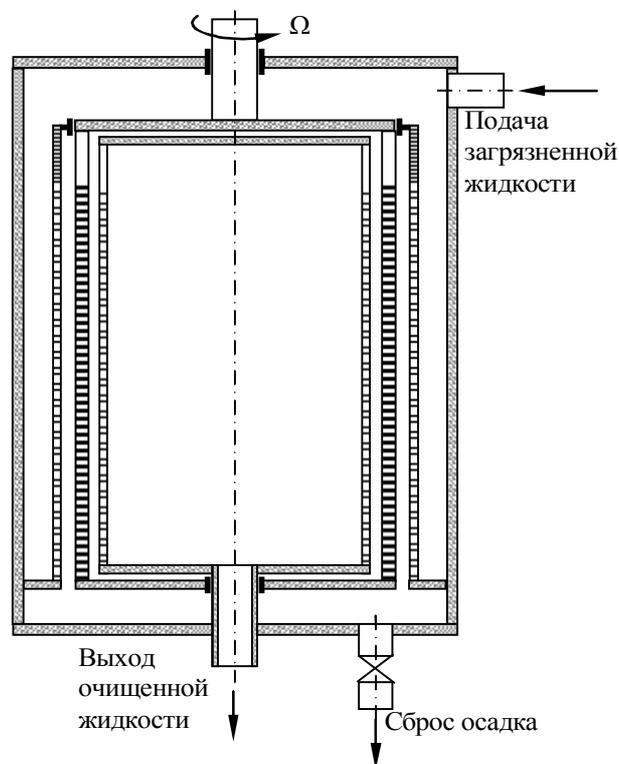


Рис.1. Конструктивная схема ротационного фильтра

Наиболее удобно провести рассуждения на примере фильтроэлемента цельной конструкции (см. рис. 2, а). Рассмотрим объем жидкости, заполняющий отверстия в выделенном фрагменте фильтроэлемента, а также кольцевой сегмент над поверхностью фильтроэлемента, высота которого заведомо больше толщины пограничного слоя. Границы этого объема с необходимыми для рассуждений обозначениями представлены на рис. 3. В направлении, перпендикулярном плоскости сечения (вдоль оси фильтроэлемента), рассматриваемый объем имеет единичную толщину. Отметим сразу, что приведенные ниже рассуждения справедливы для режимов течения жидкости с отсутствием макровихрей снаружи фильтроэлемента.

Полную границу  $\Gamma$  объема составляют: участок  $\Gamma_0$  ( $r = R_0$ ), расположенный над поверхностью фильтроэлемента за пределами пограничного слоя, участок  $\Gamma_2$  ( $r = R_3$ ), объединяющий выходные сечения отверстий в фильтроэлементе, периодический участок  $\Gamma_3$  ( $j = j_0, j = j_0 + \Delta j$ ) и участок  $\Gamma_1$  (на рис. 3 не показан), объединяющий наружную поверхность фильтроэлемента и боковые поверхности отверстий в нем. Таким образом,

$$\Gamma = \bigcup_{i=0}^3 \Gamma_i.$$

Применим для выделенного объема теорему об изменении момента количества движения или кинетического момента (см., например [9]) относительно оси  $z$ , совпадающей с осью вращения фильтроэлемента. Согласно этой теореме производная по времени от кинетического момента материальной системы относительно оси равна суммарному моменту внешних сил, действующих на систему, относительно той же оси. Для рассматриваемого объема жидкости  $\Sigma$  эта теорема выражается следующим равенством:

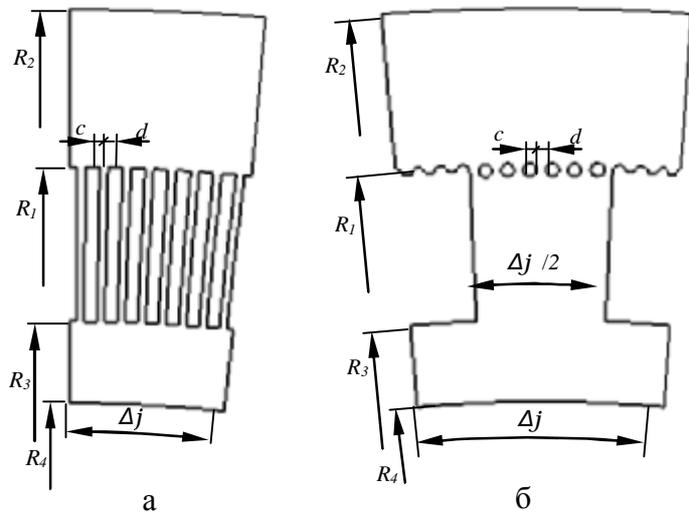


Рис.2. Схемы периодического фрагмента сечения рабочей полости ротационного фильтра:  
а – цельный фильтроэлемент;  
б – сетчатый фильтроэлемент

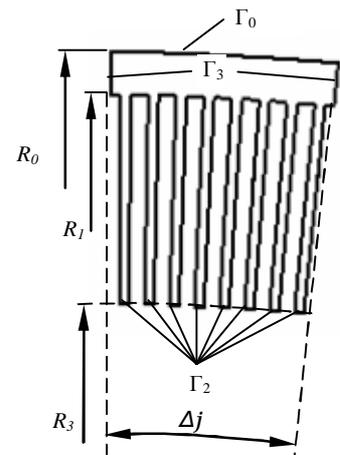


Рис.3. Контуры выделенного жидкого объема

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{\Sigma} r r V_j dS \right) = \Delta \bar{M}_z, \quad (1)$$

где  $r, r, V_j$  – радиальная координата, плотность и окружная компонента скорости,  $\Delta \bar{M}_z$  – момент сил, действующих на выделенный объем жидкости единичной длины.

Охарактеризованный выше выбор границ рассматриваемого жидкого объема исключает из рассмотрения силы трения по внутренней поверхности фильтроэлемента. Однако результаты непосредственного численного моделирования показывают, что момент этих сил на несколько порядков меньше моментов, обусловленных другими факторами. Это объясняется в первую очередь малыми радиальными градиентами окружной скорости вблизи внутренней поверхности.

Левая часть равенства (1) представляет собой производную по времени от интеграла по подвижному объему, который можно представить следующим образом [10]:

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{\Sigma} r r V_j dS \right) = \int_{\Sigma} \frac{\partial}{\partial t} (r r V_j) dS + \oint_{\Gamma} r r V_j V_n dl, \quad (2)$$

где  $V_n$  – проекция скорости жидкости на внешнюю нормаль к граничной поверхности.

Первое слагаемое в правой части выражения (2) представляет собой локальное изменение кинетического момента в фиксированной области пространства, с которой в данный момент совпадает исследуемый жидкий объем, а второе слагаемое – конвективный поток кинетического момента через полную граничную поверхность этой фиксированной области. Для стационарного течения жидкости в рабочей полости фильтроэлемента локальное изменение кинетического момента равно нулю.

Участок границы  $\Gamma_0$  выбран за пределами пограничного слоя, следовательно, на этом участке  $V_j = 0$ . Для границы  $\Gamma_1$ , соответствующей твердым поверхностям, справедливо условие  $V_n = 0$ . На границе  $\Gamma_3$  имеет место периодичность течения, что характеризуется равенствами:

$$V_j(r, j_0) = V_j(r, j_0 + \Delta j), \quad V_n(r, j_0) = -V_n(r, j_0 + \Delta j).$$

Следовательно, для перечисленных выше участков границы имеем

$$\int_{(\Gamma_0 + \Gamma_1 + \Gamma_3)} r r V_j V_n dl = 0. \quad (3)$$

Для оставшегося участка границы справедливо:

$$\int_{\Gamma_2} r r V_j V_n dl = r R_3 (\overline{V_j V_n})_{\Gamma_2}, \quad (4)$$

где  $(\overline{V_j V_n})$  – среднее в пределах  $\Gamma_2$  значение;  $l_{\Gamma_2}$  – длина контура участка границы.

Для среднего значения будем использовать следующее достаточно точное (по крайней мере, для цельного фильтроэлемента) представление

$$(\overline{V_j V_n}) = \Omega R_3 \frac{\Delta j}{2p} \frac{\overline{Q}}{l_{\Gamma_2}}, \quad (5)$$

где  $\overline{Q}$  – расход жидкости, приходящийся на единицу длины (вдоль оси) фильтроэлемента.

Последний связан с характерной величиной – скоростью отсоса жидкости  $V_o$ , следующим соотношением:

$$\overline{Q} = V_o 2p R_1. \quad (6)$$

Таким образом, для стационарного течения жидкости на основе равенств (1) – (6) мы получаем следующее выражение для момента сил, действующих со стороны фильтроэлемента на выделенный объем жидкости:

$$\Delta \overline{M}_z = r R_3^2 R_1 \Omega V_o \Delta j.$$

На жидкость, протекающую через весь отсек фильтроэлемента единичной длины, действует момент сил

$$\overline{M}_z = 2pr R_3^2 R_1 \Omega V_o. \quad (7)$$

На фильтроэлемент со стороны жидкости действует момент сопротивления  $\overline{M}_f$  такой же величины, но противоположного направления.

Для коэффициента момента на основе формулы (7) получаем следующее выражение:

$$C_M = \frac{2\overline{M}_f}{rW^2 R_1^2} = 4p\tilde{R}_3^2 k_v, \quad (8)$$

где  $W = \Omega R_1$ ,  $k_v = V_o/W$ ,  $\tilde{R}_3 = R_3/R_1$ .

В таблице приведены для ряда режимов, характеризующихся безразмерными параметрами  $Re_j = WR_1/n$  и  $k_v$ , значения  $C_M$ , рассчитанные по формуле (8), а также полученные непосредственным численным моделированием для фильтроэлементов цельной и сетчатой конструкций.

**Сопоставление значений коэффициента момента, полученных аналитически и непосредственным численным моделированием.**

$Re_j$	$k_v$	Значения коэффициента $C_M$ полученные		
		по формуле (8)	численным расчетом, (цельный фильтро- элемент)	численным расчетом, (сетчатый фильтро- элемент)
$4,976 \cdot 10^4$	0,0263	0,267701	0,268612	0,293756
$1,990 \cdot 10^5$	0,00658	0,066925	0,067195	0,121296
$1,990 \cdot 10^5$	0,01	0,101788	0,102022	0,134471
$2,986 \cdot 10^5$	0,00667	0,067858	0,068204	0,10677
$4,976 \cdot 10^5$	0,005	0,050894	0,050861	0,052004

Применительно к цельному фильтроэлементу формула (8) имеет погрешность менее одного процента при всех режимах, характеризующихся отсутствием макровихрей. Для сетчатого фильтроэлемента формула (8) дает уже большую погрешность (до 40%), однако все же позволяет верно оценить порядок момента сопротивления. Причины погрешности в случае применения сетчатого фильтроэлемента объясняются в основном неточностью условия  $\int_{\Sigma} \frac{\partial}{\partial t} (r r V_j) dS = 0$  из-за влияния нестационарности течения в окрестности проводочек сетки и в отверстиях каркаса фильтроэлемента. Соотношение (5) на выходном срезе отверстий в каркасе фильтроэлемента также недостаточно точно из-за большего размера отверстий и влияния циркуляционного течения в самом отверстии, что, в-частности, приводит к наличию областей с разным знаком  $V_n$ .

*Сопротивление вращению торцов*

Из конструктивной схемы ротационного фильтра (рис. 1) видно, что в основе определения сопротивления вращению торцов фильтроэлемента лежит задача о вращении диска вблизи неподвижной поверхности (другого диска) либо в неограниченном пространстве, если расстояние до неподвижной поверхности относительно велико. Обобщение результатов многочисленных исследований связанных с этими задачами выполнено в монографии [11], где приводятся выражения для вычисления коэффициента момента сил жидкостного трения для различных условий и режимов обтекания диска.

Для диска в неограниченном пространстве в условиях ламинарного режима течения коэффициент момента сил сопротивления, действующих на одну из сторон диска, определяется выражением:

$$C_M = \frac{2M_f}{r\Omega^2 R^5} = 1.935(Re_j)^{-\frac{1}{2}}, \quad (9)$$

где  $R$  – радиус диска.

Формула (9) справедлива в диапазоне  $Re_j \leq 3 \cdot 10^5$ .

Для турбулентного режима движения жидкости при вращении диска в неограниченном пространстве хорошую точность имеет формула Дорфмана

$$C_M = 0.491(\lg \text{Re}_j)^{-2.58}, \quad (10)$$

справедливая при  $\text{Re}_j \leq 7 \cdot 10^6$ . Здесь и далее  $C_M$  определяется для случая одностороннего трения, поскольку при расчете ротационных фильтров с различных сторон торцевых дисков могут иметь место разные условия обтекания.

При вращении диска вблизи неподвижной поверхности могут иметь место 4 режима течения жидкости:

- 1) ламинарное течение с сомкнувшимися пограничными слоями на смежных поверхностях;
- 2) ламинарное течение с разомкнутыми пограничными слоями;
- 3) турбулентное течение в узком зазоре с сомкнувшимися пограничными слоями;
- 4) турбулентное течение в широком зазоре с разомкнутыми пограничными слоями.

Для первого режима коэффициент момента определяется по формуле

$$C_M = p \frac{R}{B} (\text{Re}_j)^{-1}, \quad (11)$$

где  $B$  – ширина зазора между диском и кожухом.

Формула (11) справедлива при  $\text{Re}_j \leq 10^4$  и  $B/R \leq 0.02$ .

Для режима 2 ( $B/R > 0.02$ ) в диапазоне  $\text{Re}_j \leq 10^5$  применяется формула

$$C_M = 1.85(B/R)^{0.1} (\text{Re}_j)^{-0.5}, \quad (12)$$

которая справедлива при  $B/R \leq 0.127$ .

Для режима 3 применяется формула:

$$C_M = 0.04(B/R)^{-1/6} (\text{Re}_j)^{-0.25}. \quad (13)$$

Формула (13) справедлива в диапазоне  $5 \cdot 10^5 \leq \text{Re}_j \leq 5 \cdot 10^7$ .

Для режима 4 справедлива формула:

$$C_M = 0.0056(B/R)^{0.1} (\text{Re}_j)^{-0.2}, \quad (14)$$

которую следует применять при  $B/R \leq 0.2$ .

Формулы (9) – (14) позволяют рассчитать момент сопротивления вращению торцов фильтроэлемента со стороны жидкости в различных ситуациях, определяемых угловой скоростью вращения и соотношением конструктивных размеров.

## Выводы

Полученные аналитические выражения для безразмерных значений коэффициента момента гидродинамических сил, действующих на рабочую (проницаемую) часть и торцы вращающегося фильтроэлемента, позволяют достаточно точно рассчитать момент сил сопротивления вращению фильтроэлемента со стороны жидкости.

Выражение для определения коэффициента момента гидродинамических сил, действующих на цилиндрическую рабочую часть фильтроэлемента, справедливо для режимов течения жидкости без макровихрей в кольцевой рабочей полости. Полученная формула является практически точной для фильтроэлемента сплошной конструкции и приближенной (с точностью до 40%) для сетчатого фильтроэлемента с каркасом.

## Список литературы

1. Финкельштейн З.Л. Применение и очистка рабочих жидкостей для горных машин. — М.: Недра, 1986. — 232 с.
2. Мочалин Е.В. Гидродинамическая устойчивость в рабочей полости ротационного фильтра // Промислова гідроліка і пневматика. — 2005. — №4(10). — С. 50 – 54.
3. Мочалин Е.В., Петренко А.В., Кривошия П.Н., Иванова Е.О. Исследование эффективности тонкой очистки жидкостей ротационными фильтрами // Сб. науч. тр. ДонГТУ. — 2006. — Вып. 20. — С.292 – 304.
4. Мочалин Е.В. Полуэмпирическая модель вихревого течения внутри вращающегося проницаемого цилиндра // Геотехн. механіка: Міжвід. зб. наук. праць. — 2004. — Вып. 50. — С.202–211.
5. Мочалин Е.В. Выбор модели турбулентности для анализа течения снаружи вращающегося проницаемого цилиндра // Вост.-евр. журн. перед. техн. — 2007. — № 2/6 (26). — С. 20 – 26.
6. Мочалин Е.В. Численное моделирование течений вязкой жидкости в рабочей полости ротационного фильтра // Сб. науч. тр. ДонГТУ. — 2007. — Вып. 23. — С.169 – 183.
7. Мочалин Е.В. Моделирование переходных течений жидкости в сечении вращающегося сетчатого фильтроэлемента // Вісн. Східноукр. нац. ун.-ту — 2007. — №3 (109),— Ч.2. — С. 99 – 110.
8. Пат. 64474 А Україна, МПК<sup>7</sup> В 01 D 33/00. Фільтр для очищення рідин / Є.В. Мочалін, О.В. Петренко, П.М. Кривошея, О.О. Иванова; Донбас. гір. – металург. ін – т. — № 2003065285; заявл. 09.06.03; опубл. 16.02.04, Бюл. №2. — 4 с.
9. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики. — М.: Высш. шк., 1990. — 607 с.
10. Седов Л.И. Механика сплошной среды: в 2-х т. — М.: Наука, 1973. — Т.1. — 536 с.
11. Халатов А.А., Авраменко А.А., Шевчук И.В. Теплообмен и гидродинамика в полях центробежных массовых сил: В 4-х т. Т.2. Вращающиеся системы. —К.: Ин-т техн. теплофізики НАН України, 1996. — 289 с.