

**О.І. Бондар, канд. техн. наук**

(Україна, Дніпропетровськ, Дніпропетровський національний університет залізничного транспорту ім. В. Лазаряна)

## **МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНИХ КОМПЛЕКСІВ ЕЛЕКТРОЛІТИЧНОГО ОСАДЖЕННЯ МЕТАЛІВ**

Проблема розробки математичних моделей комплексів електроосадження металів є актуальною, оскільки математичне моделювання являє собою невід'ємну складову частину розробки нових та вдосконалення існуючих електротехнічних пристроїв. Упровадження зазначених комплексів, а особливо таких, що живляться від джерел імпульсного струму, як відомо, є ефективним ресурсо- та енергозберігаючим заходом у галузі ремонту машин і механізмів. При цьому постає задача пошуку ефективних режимів роботи джерела електроенергії, тобто форми та тривалості імпульсів, котрі забезпечать ефективність роботи електротехнічного комплексу за технологічними критеріями, що зумовлюють необхідні фізико-механічні властивості отриманого шару покриття, критеріями надійності як самої електроустановки, так і процесу відновлення, критеріями економічної ефективності та електромагнітної сумісності розробленого комплексу, екологічними критеріями, критеріями безпеки експлуатації електроустаткування тощо.

Відшукати режими роботи джерела, котрі задовольняють усім зазначеним критеріям, виключно експериментальним шляхом не представляється можливим через надзвичайно великий обсяг експериментальних досліджень. У виробничих умовах такі дослідження є занадто дорогими, проте навіть лабораторні дослідження потребують виготовлення нехай і малопотужного, проте реального джерела струму або напруги, при чому параметри такого джерела є наперед невідомими. Як правило, зазначене завдання розв'язують комбінованим шляхом. Спочатку розробляють електричну схему заміщення електротехнічного комплексу осадження металу або його окремих частин, потім на основі цієї схеми розробляють відповідну математичну модель і на основі багаторазового розв'язання задачі аналізу при різних параметрах кола попередньо вибирають перспективні режими електродосадження металів, порівнюючи результати розрахунків з відомими електричними показниками якості, швидкості зростання осадженого покриття тощо. При цьому обсяг експериментальних досліджень суттєво зменшується, вони проводяться переважно з перевіркою метою.

Різноманітність осаджуваних металів, складу електролітів, форм та габаритів електролізерів зумовлює необхідність урахування в моделі тих чи інших процесів, тому моделі мають відмінності. Метою цієї статті є розгляд основних електричних схем заміщення та відповідних математичних моделей кіл електролітичного осадження металів, а також їх окремих частин, зазначення області їх можливого застосування та існуючих при цьому обмежень, а також визначення шляхів уточнення та розвитку зазначених моделей для вирішення більш широкого кола прикладних задач.

Основними складовими частинами електротехнічного комплексу електроосадження металу є джерело живлення та електролізер. Оскільки найважливіші технологічні критерії осадуваного покриття безпосередньо пов'язані зі значеннями та формою спаду напруги на міжфазній границі катод-електроліт (прикатодним спадом напруги або катодною поляризацією), то будь-яка схема заміщення такого комплексу має містити у своєму складі схему заміщення катода електролізера; джерело живлення при цьому може бути заміщене ідеальним джерелом струму або напруги. Саме до такого типу належали перші схеми заміщення зазначених кіл, котрі представлено у працях Геришера та Ердей –Груца [1, 2], а також інших авторів [3, 4]. Відповідні математичні моделі характеризуються наступними особливостями. По-перше, автори обмежувалися лише моделюванням електролізера, здебільшого його катода. По-друге, запропоновані моделі ґрунтуються в основному лише на лінійному наближенні кінетичних механізмів, і, нарешті, по-третє, жодна зі згаданих моделей не носить загального характеру і є дійсною лише для конкретного кола у певному режимі. Тому згадані моделі призначалися виключно для розв'язання локальних задач, таких, наприклад, як визначення сили струму електролізера при заданій напрузі тощо.

Початок нового етапу у математичному моделюванні кіл електроосадження металів пов'язаний з розробкою більш складних нелінійних моделей. Цей підхід запропоновано Франком [5,6]. Для вивчення коливальної поведінки електролізера анодного розчинення металів, що пасивуються, ним запропоновано схему кола, що містить резистивний елемент, вольт-амперна характеристика якого має ділянку з від'ємним нахилом, і ємність подвійного електричного шару біля анода.

Ключовим моментом у розвитку математичних моделей електрохімічних кіл стала робота [7]. На відміну від попередніх праць у [7] та інших публікаціях цього автора, а також його учнів [8], [9] використовується системний підхід при математичному моделюванні процесів у нелінійних динамічних системах, „джерело живлення – електролізер”. При цьому враховуються всі процеси, як на катоді, так і на аноді, а також активний спад напруги в електроліті. Аналіз процесів виконується чисельним, а не аналітичним методом. Питання автоколивань та стійкості режимів роботи таких нелінійних електрохімічних кіл не розглянуті, не враховано також індуктивність електролізера. Зазначені моделі було застосовано з метою вибору ефективних параметрів технологічного режиму в колах імпульсного електроосадження металів.

Подальший розвиток вищезгадані моделі набули в роботі [10]. Зокрема, в ній між іншим наведена найбільш загальна електрична схема заміщення електролізера осаження металів (рис.1 а), котра відрізняється від раніше існуючих одночасним урахуванням катодних, анодних процесів, а також теплових втрат та індуктивності електроліту. Відповідність між процесами в електролізері осаження та електричними елементами, що їх заміщують представлено в табл.1. Далі шляхом нехтування другорядними явищами для окремих випадків побудовано ряд спрощених схем заміщення, котрі містять два енергоємні елементи. На відміну від усіх попередніх робіт аналіз електромагнітних процесів у електрохімічних колах виконано за допомогою аналітичного методу – методу пере-

творення змінних. У результаті автором уперше отримано аналітичні співвідношення зміни у часі прикатодного спаду напруги та струмів для різних, у тому числі і суттєвих, нелінійностей електрохімічних елементів і різних форм входних напруги чи струму. Також встановлено закономірності впливу амплітуди, частоти, щільності входної дії на величину прикатодного спаду напруги, що є основним технологічним параметром електрохімічних кіл з електролізерами. Перевагами використання аналітичного методу є те, що завдяки загальному характеру аналітичний розв'язок дозволяє прогнозувати значення основних показників якості та кількісного росту осаджуваного покриття при широкій зміні параметрів елементів кола, аналізувати вплив кожного параметра на кінцевий результат. Проте такий підхід має і суттєві обмеження. По-перше, метод перетворення змінних придатний до аналізу процесів у колах, електромагнітні процеси в яких описує нелінійне диференційне рівняння другого порядку, по-друге, отриманий розв'язок є наближеним, і нарешті отримати розв'язок у явному вигляді можливо не при всіх видах апроксимації нелінійності системи, зокрема, автором розглянуто лише апроксимацію кубічним поліномом.

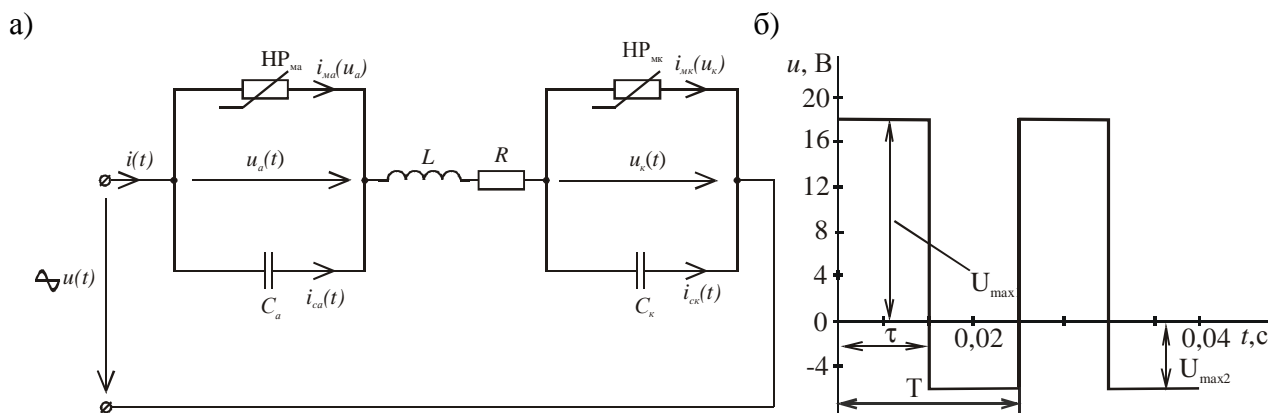


Рис. 1. Загальна схема електролізера осадження металу (а) та форма входної імпульсної реверсованої прямокутної напруги (б)

**Співставлення явищ в електролізері та елементів схеми заміщення згідно з рис.1, а**

Фізичне явище	Електричний елемент схеми заміщення
Розряд іонів металу, що осаджується на катоді	Нелінійний резистор $HP_{mk}$
Накопичення електричних зарядів біля поверхні катоду	Ємність $C_k$
Виділення водню на катоді	Нелінійний резистор $HP_H$
Розчинення металу аноду	Нелінійний резистор $HP_{ma}$
Накопичення зарядів біля поверхні аноду	Ємність $C_a$
Теплові втрати в електроліті	Лінійний резистор $R$
Створення магнітного поля в електроліті струмом електролізера	Індуктивність $L$

Згідно з рис.1, а запишемо систему рівнянь електромагнітного стану, що описує процеси у відповідному колі електролізера:

$$i(t) = i_{mk}(t) + i_{ck}(t); \quad (1)$$

$$i(t) = i_{ma}(t) + i_{ca}(t); \quad (2)$$

$$u(t) = u_k(t) + u_a(t) + R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt}; \quad (3)$$

$$i_{mk}(t) = f_1(u_k(t)); \quad (4)$$

$$i_{ma}(t) = f_2(u_a(t)); \quad (5)$$

$$i_{ca}(t) = C_a \frac{du_a(t)}{dt}; \quad (6)$$

$$i_{ck}(t) = C_k \frac{du_k(t)}{dt}. \quad (7)$$

Незалежні початкові умови:

$$u_k(0) = 0, \quad u_a(0) = 0, \quad i(0) = 0. \quad (8)$$

У наведених рівняннях:

$i(t)$  – повний струм електролізера;  $i_{mk}(t)$  – частковий струм розряду іонів металу на катоді;  $i_{ma}(t)$  – частковий струм розчинення іонів металу на аноді;  $i_{ck}(t)$ ,  $i_{ca}(t)$  – ємнісні струми катода та анода;  $u_k$ ,  $u_a$  – прикатодний та прианодний спади напруги (катодна та анодна поляризації);  $C_a$ ,  $C_k$  – ємності подвійних (катодного та анодного) шарів зарядів;  $f_1(u_k(t))$ ,  $f_2(u_a(t))$  – нелінійні залежності;  $R$  – активний опір електроліту;  $L$  – індуктивність електроліту.

Система рівнянь (1) – (7) описує підсистему „електролізер”, при врахуванні процесів у підсистемі „джерело живлення” її слід доповнити відповідними рівняннями, вигляд і кількість яких залежать від схеми заміщення джерела. Так, наприклад, в [8] наведено схеми заміщення та моделі різних типів джерел живлення електролізерів, проте всі вони ґрунтуються на застарілій елементній базі (одно- та двоопераційні тиристри). Модель більш сучасного джерела живлення електролізера на базі IGBT-транзисторів представлено в [9].

Очевидно, що навіть сучасні моделі вказаних комплексів мають обмеження у застосуванні. Найсуттєвішою з них є складність отримання параметрів схем заміщень електролізерів, у першу чергу ємністю  $C_a$ ,  $C_k$ . Останні суттєво залежать передусім від форми електродів, котра в свою чергу обумовлена видом відновлюваної деталі, проте дослідники моделюють здебільшого системи з електродами у формі плоских пластин однакового перерізу, а також вдаються до нехтування окремими параметрами. Як правило, при побудові моделі нехтують також змінами питомого опору електроліту в часі.

Розглянемо на прикладі розрахунку процесів у колі нікелювання при живленні від джерела прямокутної реверсованої напруги (рис.1, б) можливі похибки при певних спрощеннях моделі. Параметри схеми рис. 1, а наступні:  $C_k=C_a=0,8$  Ф;  $R=6,667 \cdot 10^{-3}$  Ом;  $L=5,0 \cdot 10^{-5}$  Гн;  $U_{max1}=18$  В,  $U_{max2}=6$  В. Апроксимуючі вирази (4) та (5):  $i_{mk}(t) = 8u_k(t) + 609,5u_k^3(t)$ ;  $i_{ma}(t) = 16,67u_a(t)$ . Резуль-

тати чисельного розрахунку величин  $u_k$  та  $i_{mk}$  згідно системи рівнянь (1) – (7) представлено на рис. 2 а та б, (залежність 1). Криві 2 та 3 представляють собою ті ж величини, але розраховані відповідно при нехтуванні відповідно індуктивністю електроліту ( $L=0$ ), а також крім цього та додатково і анодним спадом напруги  $u_a = 0$ . Порівняння зазначених результатів показує зокрема, що хоча залежності 1 та 2 для обох величин мало відрізняються за максимальними та мінімальними значеннями, нехтування „завалюванням” поляризованих імпульсів під впливом індуктивності системи призводить до завищення прогнозованого середнього значення струму осадження в межах 10%. Неврахування одночасно з індуктивністю і анодних процесів збільшує зазначену похибку до 45%, при цьому максимальне значення прикатодного спаду напруги завищено на 10,8 %.

Слід зазначити, що дослідження з моделювання систем електролітичного осадження металів не обмежуються зазначеними напрямками. Зокрема, активно розвивається новий підхід у дослідженні таких систем, який базується на фізико-хімії процесів у цих системах, а також поняттях хаосу та самоорганізації. Так, наприклад, в роботі [11] математичну модель електролізера описано системою рівнянь неперервності та Пуассона. Досліджено стійкість процесів з позицій синергетики та теорії дисипативних структур. Авторами отримано також співвідношення,

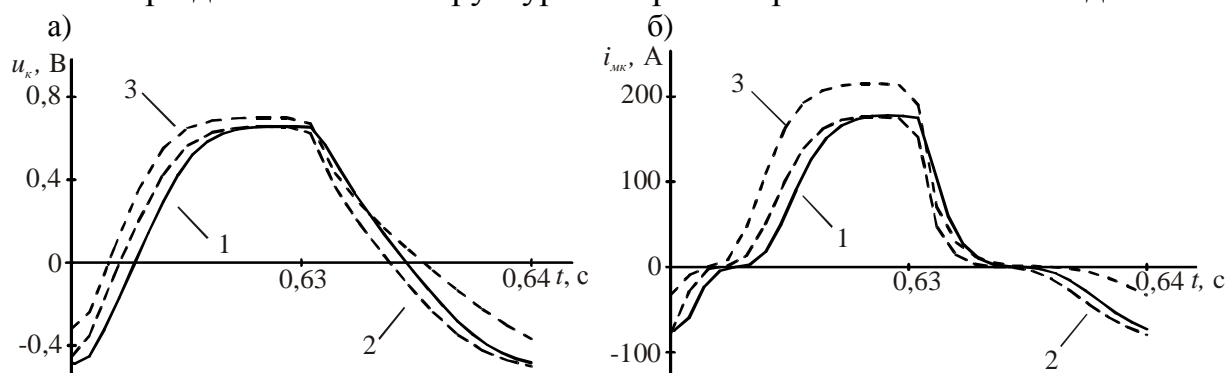


Рис. 2. Розрахункові величини прикатодного спаду напруги (а) та струму осадження (б) в моделях осадження металу реверсованими прямокутними імпульсами вхідної напруги

котрі дозволяють визначити взаємозв'язок флуктуацій електричної провідності та густини тепловиділення з флуктуаціями густини концентрацій заряджених компонент системи. Отже, можна констатувати послаблення уваги дослідників до описаного вище, на наш погляд, дуже перспективного підходу в моделюванні електрохімічних кіл.

**Висновки.** Порівняльний аналіз математичних моделей систем електроосадження металів дозволяє зробити висновок, що нелінійні динамічні моделі типу „джерело живлення” – „електролізер” є найбільш ефективним засобом попереднього вибору ефективних параметрів режимів електроосадження металів. Використання таких моделей значно скорочує необхідний обсяг експериментальних досліджень та здешевлює розробку нових установок осадження металів.

Обмеження, що існують при використанні моделей зазначеного типу, пов'язані з тим, що при моделюванні підсистеми „електролізер” дослідники обмежуються моделюванням електричного кола, яке є еквівалентним електрохімічній

системі, що вивчається і відповідно не враховують форму електродів та конфігурацію електролітичної комірки. При такому підході можливо змодельовати лише електролізери окремих конфігурацій, для яких на основі експериментальних даних є відомими параметри схеми заміщення. Слід також відзначити, що існуючі на сьогодні моделі підсистеми типу „джерело живлення” розроблені для імпульсних джерел живлення, що побудовані на застарілій елементній базі.

Перспективним шляхом подолання зазначених труднощів може стати розробка моделей електротехнічних комплексів імпульсного електроосадження металів, у яких підсистема „електролізер” моделюється за допомогою системи рівнянь електромагнітного поля, а модель підсистеми „джерело живлення” моделюється відповідними рівняннями електромагнітного стану електричної схеми заміщення кола джерела, що побудована з врахуванням особливостей сучасної напівпровідникової елементної бази. Такий підхід дозволить, по-перше, розробляти моделі для значно ширшого кола установок електроосадження металів з електродами довільної форми, по-друге, суттєво уточнити методику визначення індуктивності електроліту, яка на сьогодні є суто оціночною, і, нарешті, застосувати математичне моделювання для розв’язання нових прикладних задач таких як прогнозування та забезпечення рівномірності шару покриття на поверхні електрода.

### Список літератури

1. Gerischer H. Wechselstrompolarisation von Elektroden mit einem Potentialbestimmenden schritt beim gleichgewichtspotential // Zeitschrift Phys. Chem. – 1952. – V. 201, № 1/2. – S. 55 – 67.
2. Erdey-Gruz T., Devay I. Zur Frage der electrolytischen Metallüberspannung // Zeitschrift Phys. Chem. – 1961. – V. 67. – S. 55 – 67.
3. Косов В.П., Гораш Н.К. Диффузионная кинетика при нестационарных электродных процессах // Электродная обработка материалов. – 1976. – №3(69). – С. 27 – 29.
4. Нигматуллин Р.Ш. Общее уравнение и электрический аналог электролитической ячейки со сферическим микроэлектродом // Сб. докл. АН СССР. – Т.151, №6. – С. 1383 – 1386.
5. Franck U.F. Instabilitäterscheinungen an passivierbaren Metallen // Zeitschrift für Elektrochemie. – 1958. – Bd.62. – S.649 – 655.
6. Franck U.F., Fitzhugh R. Periodische Elektrodenprozesse und ihre Beschreibung durch ein mathematisches modell // Zeitschrift für Elektrochemie. – 1961. – Bd.65. – S.156 – 168.
7. Костин Н.А. Теоретическое обоснование и разработка технологических режимов электроосаждения металлов импульсным током: Автореф. дис.... д-ра техн.наук: – Д., 1983. – 42 с.
8. Бакум В.А. Импульсные источники питания электротехнологических установок гальванического осаждения металлов: Автореф. дис.... канд. техн. наук: – Д., 1997. – 25 с.
9. Бондар О.І. Вибір параметрів електротехнологічної установки гальванічного відновлення зношених деталей машин // Техн. електродинаміка: Темат. вип. „Проблеми сучасної електротехніки”. – 2006. – Ч. 3. – С. 103 – 108.
10. Бондар О.І. Аналіз електричних кіл з нелінійними електрохімічними елементами методом перетворення змінних: Автореф. дисс... канд. техн. наук: – Д., 2006. – 20 с.
11. Нефедов П.В., Резцов В.Ф. Возмущения и неустойчивости в процессах амбиполярной диффузии // Зб. доповідей НАН України. – 2004. – № 1. – С. 81-84.