УДК 621.391.14:519

М.А. Алексеев, канд. техн. наук
(Украина, Днепропетровск, Национальный горный университет)

КРИТЕРИИ КЛАССИФИКАЦИИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ ПРИ КОНТРОЛЕ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Введение. Контроль параметров объектов управления по сигналам, сопутствующим их функционированию, связан с классификацией и определением их принадлежности к тому или иному классу, характеризующему функциональное состояние объектов управления [1]. При ортогональном преобразовании сигналов с целью формирования информативных признаков вектор спектральных коэффициентов представляет собой N-мерный вектор. В тех случаях, когда N достаточно велико, стоит задача понижения размерности вектора для получения подмножества спектральных признаков. Понижать размерность следует таким образом, чтобы увеличения ошибок классификации не происходило либо это увеличение было относительно невелико.

Анализ существующих достижений и публикаций

В задачах классификации случайных сигналов используются описания в виде рядов по собственным функциям интегрального оператора, ядром которого является ковариационная функция случайного процесса. В качестве критерия классификации при этом используется энтропия коэффициентов разложения или квадрат проекции на собственное подпространство [2]. Однако критерий по энтропии коэффициентов разложения не учитывает так называемой естественности разложения, а второй критерий не учитывает информации во всех спектральных коэффициентах в силу того, что часть коэффициентов, соответствующих малым собственным значениям, попросту отбрасывается. В работе [3] для контроля вибропараметров энергетических объектов управления предлагается использовать перестраиваемые спектральные операторы, субоптимальные по Карунену-Лоэву и обеспечивающие формирование информативных признаков сигналов.

Формулировка цели и задачи исследований

Целью работы является разработка критериев классификации сигналов по спектрам в перестраиваемых базисах, субоптимальных по Карунену-Лоэву и обеспечивающих более эффективную классификацию по сравнению с известными критериями.

Изложение основного материала исследований

Ниже предлагается метод сокращения размерности вектора исходных данных с использованием перестраиваемых спектральных операторов, субоптимальных по Карунену-Лоэву в тех задачах, где в качестве априорных сведений известным является эталонный образ класса сигналов, например, в виде математического ожидания случайного процесса.

Пусть сжатию подлежат M дискретных реализаций, каждая из которых принадлежит одному из классов случайного процесса m, $\mathbf{X^m}$ – вектор размером $N, m = \overline{1, M}$. Полагаем, что векторы принадлежат N-мерному евклидову пространству и $\left\|\mathbf{X^m}\right\| = 1$. Полагаем также, что для каждого m известна классифицированная (обучающая) выборка $\{\mathbf{X_l^m}\}, l = \overline{1, K}$, где K – объем выборки. Тогда несмещенной состоятельной оценкой является среднее по множеству классифицированной выборки

$$\mathbf{X_{эт}^m} = \frac{1}{K}\sum_{l=1}^{K}\mathbf{X_l^m}\,. \tag{1}$$

Отметим, что перестраиваемый спектральный оператор, субоптимальный по Карунену-Лоэву, приспособлен к эталону класса m в том смысле, что в спектральной области перестраиваемого базиса эталону сопоставляется всего один коэффициент, отличный от нуля. Перестраиваемый базис является оптимальным для эталона в смысле критерия энтропии спектральных признаков. По процедуре построения перестраиваемого базиса $\mathbf{X}_{эт}$ есть первая строка матрицы спектрального оператора. Обозначим матрицу перестраиваемого спектрального оператора для класса m как $\mathbf{B^m} = \left[\mathbf{B_1^m}, \mathbf{B_2^m}, \ldots, \mathbf{B_N^m}\right]^{\mathrm{T}}$. Для строк $\mathbf{B_i^m}$ матрицы $\mathbf{B^m}$ выполняются условия ортонормированности.

Для формирования вектора информативных признаков по вектору исходных данных $\mathbf{X}$ предлагается определить дискретные спектры $\left\{\mathbf{Y^m}\right\}$, $m = \overline{1, M}$:

$$\mathbf{Y^m} = \frac{\mathbf{1}}{N}\mathbf{B^m X}\,. \tag{2}$$

Каждый вектор $\mathbf{Y^m}$ представляет собой вектор спектральных коэффициентов по перестраиваемой системе ортогональных функций $\mathbf{B^m}$ для класса m. В предложенном методе классификации вектора информативных признаков параллельно формируются m систем информативных признаков по N признаков в каждой системе.

Компоненты y_i^m вектора $\mathbf{Y^m}$ определяются следующим образом:

$$y_i^m = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} B_{i_n}^m x_n\,, \tag{3}$$

где $B_{i_n}^m$ – компоненты строки $\mathbf{B_i^m}$ матрицы $\mathbf{B^m}$.

Чтобы оценить качество разложения случайного вектора в перестраиваемом базисе определим насколько точно описывается вектор частью ортогональных функций. Для этого вычислим сумму квадратов коэффициентов разложения по указанным функциям:

$$\mathrm{A}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{m}}\left(\mathbf{Y}^{\mathbf{m}}\right)=\sum_{i=1}^{p}\left(y_{i}^{m}\right)^{2}. \tag{4}$$

Величина $\mathrm{A}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{m}}\left(\mathbf{Y}^{\mathbf{m}}\right)$ в работе [2] названа квадратом нормы проекции вектора $\mathbf{Y}^{\mathbf{m}}$, принадлежащего классу m, на подпространство, определяемое $\left\{\mathbf{B}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{m}},\mathbf{B}_{\mathbf{2}}^{\mathbf{m}},\mathbf{B}_{\mathbf{3}}^{\mathbf{m}},...,\mathbf{B}_{\mathbf{p}}^{\mathbf{m}}\right\}$, $p<N$.

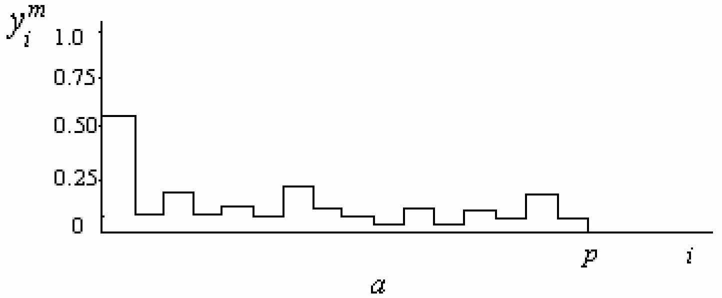
Каждая величина y_i^m согласно теореме Парсеваля представляет собой мощность, приходящуюся на ортогональную функцию с номером i [4]. Соотношение (4) определяет мощность в первых p спектральных составляющих разложения (2).

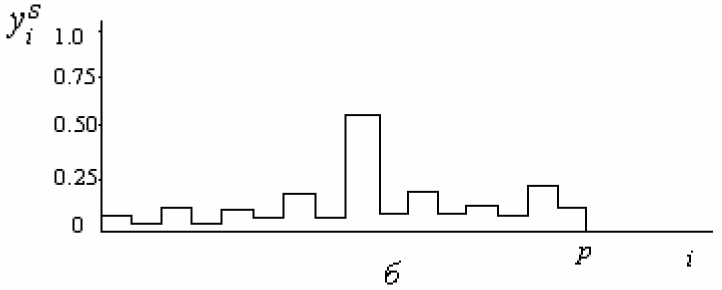
Если вектор разлагается в базисе того класса m, к которому принадлежит сам, то в среднем по выборке $\left\{\mathbf{X}_{\mathbf{l}}^{\mathbf{m}}\right\}, l=\overline{1,K}$ значение квадрата проекции на первые p ортогональных функций больше, чем то же значение для вектора, принадлежащего другому классу s. Значения квадратов проекций на первые p ортогональных функций будут тем больше отличаться для разных векторов, чем сильнее отличаются между собой классы, к которым принадлежат эти векторы. В работе [2] определен критерий, по которому случайные векторы $\mathbf{X}$ относятся к классу m. Этот критерий может применяться в тех случаях, когда разложение сигнала осуществляется в базисах Карунена-Лоэва, приспособленных базисах Солодовникова А.И [4] или других параметрически управляемых базисах:

$$\begin{gathered}\text{если } \mathrm{A}^{\mathrm{ms}}=\mathrm{A}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{m}}-\mathrm{A}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{s}}>0\\ \text{для всех } s=\overline{1,\mathrm{M}}(s\neq m)\text{, то } \mathbf{X}\in\left\{\mathbf{X}^{\mathbf{m}}\right\}.\end{gathered} \tag{5}$$

Однако величина $\mathrm{A}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{m}}\left(\mathbf{Y}^{\mathbf{m}}\right)$, которая характеризует точность разложения вектора в перестраиваемом базисе, не показывает, насколько естественно разложение вектора $\mathbf{X}$ в выбранном подпространстве $\left\{\mathbf{B}_{\mathbf{1}}^{\mathbf{m}},\mathbf{B}_{\mathbf{2}}^{\mathbf{m}},\mathbf{B}_{\mathbf{3}}^{\mathbf{m}},...,\mathbf{B}_{\mathbf{p}}^{\mathbf{m}}\right\}$, $p<N$. Величина $\mathrm{A}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{m}}\left(\mathbf{Y}^{\mathbf{m}}\right)$ не учитывает форму спектра различных векторов в одном и том же перестраиваемом базисе. На рисунке представлен случай, когда векторы $\mathbf{X}^{\mathbf{m}}$ и $\mathbf{X}^{\mathbf{s}}$ разлагаются в перестраиваемом базисе класса m. Величины $\mathrm{A}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{m}}\left(\mathbf{Y}^{\mathbf{m}}\right)$ и $\mathrm{A}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{m}}\left(\mathbf{Y}^{\mathbf{s}}\right)$ для этого случая одинаковы и при классификации вектора $\mathbf{X}^{\mathbf{s}}$ возможна ошибка.

Отсюда следует, что одного критерия (5) для эффективной классификации недостаточно.





Спектры векторов m-го (*а*) и s-го (*б*) классов в перестраиваемом базисе m-го класса

Известно, что информативность спектрального коэффициента y_i при разложении вектора исходных данных $\mathbf{X}$ в ортогональном базисе можно определить соответствующим значением дисперсии y_i [4].

Для преобразования Карунена-Лоэва собственные значения λ_i, которые являются элементами ковариационной матрицы спектральных коэффициентов $\mathbf{K_y}$, стоящими на главной диагонали, соответствуют дисперсиям спектральных коэффициентов y_i $i=\overline{1,N}$. Для всех остальных преобразований $\mathbf{K_y}$ содержит ненулевые внедиагональные элементы. При отборе наиболее информативных спектральных признаков необходимо отбросить множество N-p спектральных коэффициентов $\{y_i\}$, соответствующих наименьшим значениям дисперсии σ_i^2. Таким образом, естественным критерием при выборе множества сохраняемых p спектральных коэффициентов является критерий отбора коэффициентов с наибольшими дисперсиями. Этот критерий известен как дисперсионный критерий [4].

Охарактеризуем разложение еще одной величиной

$$\Omega_{\mathrm{p}}^{\mathrm{m}}\left(\mathbf{Y^m}\right)=\sum_{i=1}^{p}\left(y_i^m\right)^2\Big/\left(s_i^m\right)^2 . \tag{6}$$

Назовем величину $\Omega_{\mathrm{p}}^{\mathrm{m}}\left(\mathbf{Y^m}\right)$ естественностью разложения. При определенном выборе размерности подпространства p введенная характеристика, как и характеристика $\mathrm{A}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{m}}\left(\mathbf{Y^m}\right)$, обладает экстремальным свойством, позволяющим использовать ее для целей классификации. Если вектор $\mathbf{X^s}$ разлагается в базисе $\mathbf{B^m}$ класса m, то такое разложение будет наиболее точным, наиболее естественным, если s=m и $\mathbf{X^s}\in\left\{\mathbf{X}_i^{\mathbf{m}}\right\}$. Величины $\mathrm{A}_{\mathrm{p}}^{\mathrm{m}}\left(\mathbf{Y^m}\right)$ и $\Omega_{\mathrm{p}}^{\mathrm{m}}\left(\mathbf{Y^m}\right)$ при этом будут максимальными. Данное утверждение справедливо в среднем для всех векторов обучающей выборки. Поэтому величина $\Omega_p^m(\mathbf{Y^m})$ подобно величине $A_p^m(\mathbf{Y^m})$ может быть использована для построения решающего правила (критерия классификации), учитывающего естественность разложения вектора исходных данных:

$$\text{если } \Omega^{ms} = \Omega_p^m - \Omega_p^s > 0$$
$$\text{для всех } s = \overline{1, M}(s \neq m) \text{, то } \mathbf{X} \in \{\mathbf{X^m}\}. \tag{7}$$

Очевидна целесообразность одновременного использования для целей классификации как известного решающего правила (5), которое позволяет оценить точность разложения вектора исходных данных, так и предложенного правила (7), позволяющего оценить естественность разложения вектора исходных данных.

Для наиболее эффективной классификации с использованием критериев (5) и (7) необходимо, чтобы левые их части были максимальными в среднем по всем векторам обучающей выборки и по всем парам различных классов. Размерности подпространств p_M следует выбрать такими, чтобы левые части неравенств были максимальными в среднем по всем элементам обучающих выборок $\{\mathbf{X}_l^m\}$. При таком выборе размерности подпространств количество ошибок классификации на обучающей выборке будет минимальным.

Формально выражения для максимизации левых частей неравенств в (5) и (7) можно записать так:

$$F_1(p_1, p_2, ..., p_M) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\frac{1}{M-1}\sum_{\substack{s=1\\(s\neq m)}}^{M} A^{ms} \to \max_{p_1,...,p_M}; \tag{8}$$

$$F_2(p_1, p_2, ..., p_M) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\frac{1}{M-1}\sum_{\substack{s=1\\(s\neq m)}}^{M} \Omega^{ms} \to \max_{p_1,...,p_M}. \tag{9}$$

Оптимальные размерности подпространств p_M можно получить, подставив в (8) и (9) выражения для A^{ms}, Ω^{ms} и решая соответствующие задачи максимизации.

Приближенную оценку оптимальных размерностей подпространств p_M для перестраиваемых спектральных операторов можно также получить в результате некоторых упрощений. Для этого предположим, что разложение векторов $\mathbf{X}^s$ во всех перестраиваемых базисах $\mathbf{B}^s$, кроме базиса, построенного для векторов s-го класса, будет иметь хаотичное распределение. В этом случае математическое ожидание спектров $\mathbf{Y^s}$ будет стремиться к равномерному. Тогда справедливо следующее соотношение:

$$\mathrm{E}[(y_i^s)^2] = \frac{\left\|\mathbf{Y}^s\right\|}{N}. \tag{10}$$

Подставив значение математического ожидания (10) в (8) и (9), получим:

$$\mathrm{F}_1(p_1, p_2, ..., p_M) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\frac{1}{M-1}\sum_{\substack{s=1\\(s\neq m)}}^{M}\left(\sum_{i=1}^{p_s}(y_i^m)^2 - p_s\frac{\left\|\mathbf{Y}^s\right\|}{N}\right); \tag{11}$$

$$\mathrm{F}_2(p_1, p_2, ..., p_M) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\frac{1}{M-1}\sum_{\substack{s=1\\(s\neq m)}}^{M}\left(\sum_{i=1}^{p_s}\frac{(y_i^m)^2}{(s_i^m)^2} - p_s\frac{\left\|\mathbf{Y}^s\right\|}{N}\sum_{i=1}^{p_s}\frac{1}{(s_i^m)^2}\right). \tag{12}$$

Выражения (11) и (12) еще более упростятся, если нормировать векторы исходных данных $\left\|\mathbf{Y}^{\mathbf{s}}\right\| = 1$. Нормировка целесообразна как метод предварительной обработки, поскольку критерии классификации становятся не чувствительными к норме векторов. При контроле параметров объектов управления по сигналам, сопутствующим их функционированию, и классификации сигналов нормировка делает нечувствительными критерии классификации к коэффициентам усиления устройств регистрации сигналов.

$$\mathrm{F}_1(p_1, p_2, ..., p_M) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\frac{1}{M-1}\sum_{\substack{s=1\\(s\neq m)}}^{M}\left(\sum_{i=1}^{p_s}(y_i^m)^2 - \frac{p_s}{N}\right); \tag{13}$$

$$\mathrm{F}_2(p_1, p_2, ..., p_M) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}\frac{1}{M-1}\sum_{\substack{s=1\\(s\neq m)}}^{M}\left(\sum_{i=1}^{p_s}\frac{(y_i^m)^2}{(s_i^m)^2} - \frac{p_s}{N}\sum_{i=1}^{p_s}\frac{1}{(s_i^m)^2}\right). \tag{14}$$

Задача максимизации выражения (13) распадается на M задач максимизации функций, зависящих от одного аргумента,

$$\mathrm{F}_{1s}(p_s) = \sum_{i=1}^{p_s}(y_i^m)^2 - \frac{p_s}{N}. \tag{15}$$

Аналогично задача максимизации выражения (14) распадается на M задач максимизации функций, т.е.

$$\mathrm{F}_{2s}(p_s) = \sum_{i=1}^{p_s} \frac{(y_i^m)^2}{(s_i^m)^2} - \frac{p_s}{N} \sum_{i=1}^{p_s} \frac{1}{(s_i^m)^2} \quad . \tag{16}$$

Значение размерности подпространства, при котором функции (15) и (16) достигают своих максимальных значений, можно оценить с учетом условия (10) и предположения, что разложение векторов обучающей выборки, которые принадлежат m-му классу в перестраиваемом базисе $\mathbf{B}^{\mathbf{m}}$, будет естественным и при этом выполняется также условие $(y_1^m)^2 \geq (y_2^m)^2 \geq \ldots \geq (y_2^m)^2 \geq 0$.

Приращение для функций $\mathrm{F}_{1s}(p_s)$ с ростом размерности перестает быть положительным, если выполняется следующее условие:

$$(y_i^m)^2 > \frac{1}{N} \geq (y_{i+1}^m)^2. \tag{17}$$

Анализ выражения (16) показывает, что приращение функций с ростом размерности перестает быть положительным при таком же p_s, как и для выражения (15). Таким образом, функции (15) и (16) достигают своих наибольших значений одновременно.

Рассмотренные выражения (15) и (16) обладают экстремальным свойством, позволяющим использовать их в качестве критериев классификации дискретных сигналов по p_s спектральным коэффициентам разложения в перестраиваемых базисах, субоптимальных по Карунену-Лоэву. Несмотря на достоинства эти выражения обладают одним общим недостатком, который состоит в том, что они не учитывают значений N-p_s спектральных коэффициентов. При анализе дискретных сигналов с большой размерностью N и высокой степенью изменчивости потеря информации, содержащейся в спектральных коэффициентах, которые не учтены по дисперсионному критерию, может привести к ошибочному решению. Как правило, эти коэффициенты соответствуют области высоких обобщенных частот.

В работе [5] предложено альтернативное решающее правило для базисов Карунена-Лоэва, которое информационно эквивалентно правилу (5). Введем для перестраиваемых базисов, субоптимальных по Карунену-Лоэву, как альтернативу квадрату нормы проекции вектора $\mathbf{Y}^{\mathbf{m}}$ (4) величину $\mathrm{C}_{N\text{-p}}^{\mathrm{m}}(\mathbf{Y}^{\mathbf{m}})$ для N-p спектральных коэффициентов:

$$\mathrm{C}_{N\text{-p}}^{\mathrm{m}}(\mathbf{Y}^{\mathbf{m}}) = \sum_{i=p+1}^{N} (y_i^m)^2. \tag{18}$$

Из выражения (18) по аналогии с правилом (5) вытекает следующее решающее правило:

$$\text{если } \mathrm{C}^{\mathrm{ms}} = \mathrm{C}^{\mathrm{m}}_{N-\mathrm{p}} - \mathrm{C}^{\mathrm{s}}_{N-\mathrm{p}} < 0$$
$$\text{для всех } s = \overline{1, \mathrm{M}} (s \neq m) \text{, то } \mathbf{X} \in \{\mathbf{X}^{\mathbf{m}}\} . \tag{19}$$

Естественность разложения для N-p спектральных коэффициентов с меньшими значениями дисперсии может быть оценена таким же образом, как и для p спектральных коэффициентов с наибольшими значениями дисперсии.

$$\Theta^{\mathrm{m}}_{N\text{-}\mathrm{p}}(\mathbf{Y}^{\mathbf{m}}) = \sum_{i=p+1}^{N} \left(y_i^m\right)^2 \Big/ \left(s_i^m\right)^2 . \tag{20}$$

Поэтому аналогично (7) можно записать,

$$\text{если } \Theta^{\mathrm{ms}} = \Theta^{\mathrm{m}}_{\mathrm{p}} - \Theta^{\mathrm{s}}_{\mathrm{p}} < 0$$
$$\text{для всех } s = \overline{1, \mathrm{M}} (s \neq m) \text{, то } \mathbf{X} \in \{\mathbf{X}^{\mathbf{m}}\} . \tag{21}$$

Целесообразность применения предложенных критериев (19) и (21) подтверждается тем, что для прогноза развития технического состояния объекта управления по вибрационным сигналам необходим контроль не только низкочастотной и среднечастотной, но и высокочастотной вибрации, которая несет информацию о развивающихся дефектах.

Выводы

1. Предложенные критерии контроля по спектрам в перестраиваемых субоптимальных по Карунену-Лоэву базисах позволяют более достоверно определять параметры объекта управления.

2. Исследования целесообразно продолжить в направлении разработки методов контроля параметров на основе применения параметрически перестраиваемых базисов, субоптимальных по Карунену-Лоэву.

Список литературы

1. Генкин М.Д. Виброакустическая диагностика машин и механизмов [Текст] / М.Д. Генкин, А.Г. Соколова. – М.: Машиностроение, 1987. – 282 с.
2. Ватанабе С. Разложение Карунена-Лоэва и факторный анализ: Теория и приложения [Текст] / С. Ватанабе // В кн.: Автоматический анализ сложных изображений. – М., 1969. – С. 245–275.
3. Алексеев М.А. Использование перестраиваемых спектральных операторов для контроля параметров энергетических объектов управления [Текст] / М.А. Алексеев // Гірнича електромеханіка та автоматика: Наук.-техн. зб. – 2009. – Вип.82. – С. 70 – 77.
4. Солодовников А.И. Основы теории и методы спектральной обработки информации [Текст]: учеб. пособие / А.И. Солодовников, А.М. Спиваковский. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1986. – 272 с.

5. Алексеев М.А. Использование преобразования Карунена-Лоэва при классификации случайных сигналов [Текст] / М.А. Алексеев // Наук. вісн. НГУ. – 2004. – №3. – С. 58 – 60.