

*А.Я. Рыбалко, канд. техн. наук*

*(Украина, Днепрпетровск, Национальный горный университет)*

## ПРОВОД ДЛЯ СЕТЕЙ ТОКА ПОВЫШЕННОЙ ЧАСТОТЫ

В системах электроснабжения с индуктивной передачей энергии передвижным потребителям на участках их питания используют открытые двухпроводные сети. В рассматриваемом диапазоне частот 4–10 кГц существует значительное превышение длины электромагнитной волны над размерами двухпроводной тяговой сети, что соответствует условию, когда энергия электромагнитного поля передается вдоль проводов сети по диэлектрику. Поэтому скорость передачи энергии по тяговой сети в системе электроснабжения передвижных потребителей соответствует скорости распространения электромагнитной волны в диэлектрике.

Вдоль проводов двухпроводной тяговой сети распространяется поперечная электромагнитная волна (ТЕМ-волна). Составляющие плоскую электромагнитную волну векторы напряженности электрического поля  $\vec{E}$  и магнитного поля  $\vec{H}$  зависят от одной пространственной координаты и времени. Векторы перпендикулярны друг другу и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны. С увеличением частоты возрастают потери энергии на излучение и преобразование в тепло с перераспределением энергии в сторону увеличения части на излучение.

В передаче энергии большую роль играют частота изменения электромагнитного поля, конструкция проводов и самой тяговой сети. До настоящего времени вопрос структуры потерь энергии в проводах тяговой сети для диапазона используемых уровней частоты 4 – 10 кГц недостаточно исследован [1, 4, 5]. Сети тока повышенной частоты являются материалоемкими элементами системы электроснабжения и поэтому задачи снижения в них расхода проводникового материала – актуальны [2, 3]. При этом следует обратить внимание на тот факт [4, 5], что в тяговой сети также имеют место наибольшие потери энергии, а это требует увеличения сечения проводов и, следовательно, расхода проводникового материала, то есть, наблюдается действие противоречивых факторов применительно к рассматриваемой здесь задаче выбора вида сечения, конструкции и размеров провода для тяговой сети.

При условии постоянного значения тока в сети уровень потерь энергии обуславливается, в основном, электрическим сопротивлением провода. Снижение роста активного сопротивления от уровня частоты достигается изменением конструкции провода для исключения поверхностного эффекта и эффекта близости. Если рассматривать проводящий слой провода с неизменным сечением  $s_0$ , то здесь возможны следующие оценки проявления поверхностного эффекта и эффекта близости в зависимости от формы сечения и конструкции провода ( $d$  – диаметр его сечения):

- провод имеет цельное сечение с  $d = 2\sqrt{s_0/p}$ . Поверхностный эффект проявляется в увеличении активного сопротивления;
- проводящий слой провода выполнен из  $N$  проволок диаметром  $d_{np}$  без изоляции и имеет сечение  $s_0 = Npd_{np}^2/4$ . Относительное увеличение активного сопротивления оцениваем по аргументу  $d_{э\text{кв}} = d_{np}\sqrt{N} = 2\sqrt{s_0/p}$ ;
- сплошное проводящее сечение провода образуют  $N$  изолированных цельных проволок. Увеличение его активного сопротивления за счет поверхностного эффекта такое же, как и для одной проволоки.

В работе [6] для двухпроводной сети из цельного провода удельное активное сопротивление относительно омического оценивается выражением

$$\frac{R_{y\partial}}{R_{y\partial,=}} = k \frac{d}{2} \cdot \frac{M_0\left(k \frac{d}{2}\right)}{M_1\left(k \frac{d}{2}\right)} \cos\left[q_1\left(k \frac{d}{2}\right) - q_0\left(k \frac{d}{2}\right) - \frac{p}{4}\right]. \quad (1)$$

Здесь  $k = \sqrt{wgm_0m_r}$ ;  $w$  – угловая частота колебаний электромагнитного поля, создаваемого током в проводе;  $m_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м – магнитная постоянная;  $m_r$  – относительная магнитная проницаемость;  $g$  – удельная проводимость материала провода;  $M_1\left(k \frac{d}{2}\right)$  и  $M_0\left(k \frac{d}{2}\right)$  – модули;  $q_1\left(k \frac{d}{2}\right)$  и  $q_0\left(k \frac{d}{2}\right)$  – фазы функции Кельвина при соответствующих значениях  $d$  и  $d=0$  и вещественном аргументе  $\left(k \frac{d}{2}\right)$ ;  $R_{y\partial,=} = 4/(pd^2g)$  – удельное сопротивление цельного провода постоянному току.

Если качественно оценивать зависимость (1), то чем больше частота тока и проводимость материала провода, тем сильнее проявляется поверхностный эффект. Следовательно, снижается доля использования конструктивного сечения провода, повышаются его активное сопротивление и, соответственно, потеря энергии.

Очевидно, что форму сечения и конструкцию провода следует выбирать исходя из критерия – уровня потерь энергии. Оценим количественно проявление добавочных потерь энергии в указанных конструкциях многопроволочного провода. На этой основе проанализируем взаимосвязь показателей конструкции, геометрических размеров и электрических характеристик (омическое и активное сопротивление) провода для тяговой сети. Сначала рассматриваем процесс проникновения электромагнитной волны в цельную проволоку провода, а затем уже проводящее сечение различной формы провода из проволок.

**Активное сопротивление цельного провода** ( $d \equiv d_{np}$ ,  $d_{np} = 2r_{np}$ ) **при проявлении поверхностного эффекта.** При протекании переменного тока происходит вытеснение тока к внешней поверхности провода, из-за чего электрическое активное сопротивление увеличивается по сравнению с сопротивлением постоянному току.

Исследуем правую часть выражения (1) в зависимости от диаметра проволоочки и частоты тока (рис. 1), используя табличные значения функции Кельвина [6, 7] и выполнив замену переменных  $(d_{np}, w) \rightarrow \left(\frac{d_{np}}{2\Delta}\right)$ , где  $\Delta = \sqrt{2}/k$  – глубина проникновения электромагнитной волны в материал проводника.

Для дальнейшего анализа в широком интервале изменения параметров  $d$  и  $D$  аппроксимируем графическую зависимость (рис. 1) полиномом третьего порядка

$$\frac{R_{y\partial,n}}{R_{y\partial,=}} = 1,005 - 0,104 \left(\frac{d_{np}}{2D}\right) + 0,148 \left(\frac{d_{np}}{2D}\right)^2 - 0,011 \left(\frac{d_{np}}{2D}\right)^3. \quad (2)$$

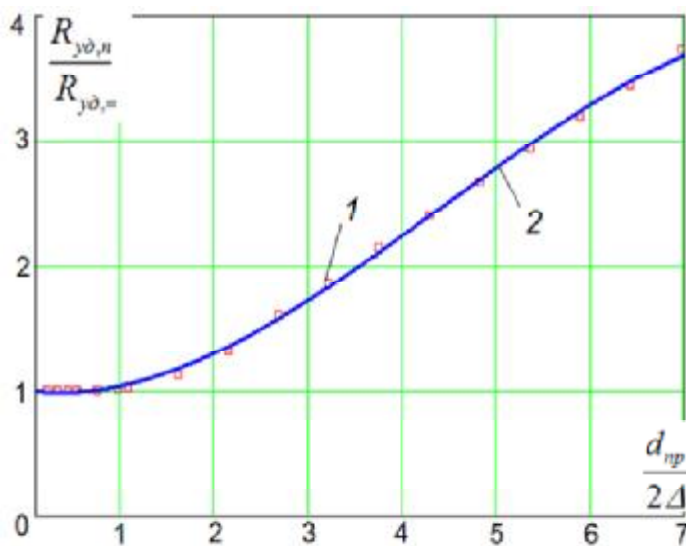


Рис. 1. Расчетная оценка прироста активного сопротивления элементарной проволоочки провода в результате поверхностного эффекта от соотношения диаметра и глубины проникновения электромагнитной волны в материал проволоочки:  
1 – расчетные точки;  
2 – кривая регрессии

Зависимость (2) рекомендуется использовать для оценки по отношению к омическому прироста активного сопротивления цельного проводника от проявления поверхностного эффекта для интервала частот 4 – 10 кГц.

**Активное сопротивление цельной проволоочки в многопроволочном проводе при проявлении эффекта близости.** При рассмотрении проводящего сечения провода, состоящего из **изолированных проволочек**, каждая из них находится в поперечном пульсирующем магнитном поле, которое создано токами в других проволочках. Плотность тока в сечении распределяется неравномерно, что обуславливает дополнительные потери энергии (в единицу времени – потери мощности). Для нахождения составляющей потерь энергии

$$P_{np, \delta n} = \frac{1}{2g} \int_0^{r_{np}} \int_0^{2\pi} |\bar{s}|^2 r \cdot dr dj$$

необходимо знать плотность тока, которую определяем как

$$\bar{s} = 2j^{3/2} k H_{0np} \cdot \frac{J_1(j^{3/2} kr)}{J_0(j^{3/2} kr_{np})} \sin j ,$$

где  $J_0(j^{3/2} kr_{np})$ ,  $J_1(j^{3/2} kr)$  – функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядков с мнимым аргументом  $\left( j^{3/2} \frac{d}{2} \sqrt{wgm_0 m_r} \right)$ ;  $H_{0np}$  – напряженность магнитного поля на поверхности провода.

Выполнив для бесселевых функций первого рода переход к функциям Кельвина, мы заменили мнимые аргументы функций на вещественные в определении составляющей потерь энергии [6]:

$$P_{np, \delta n} = \frac{I_{np}^2 k^2}{2\pi r_{np}^2 g \left[ ber^2(kr_{np}) + bei^2(kr_{np}) \right]} \cdot L(kr). \quad (3)$$

Количественная оценка сомножителя в уравнении (3) – интеграла Ломмеля

$$L(kr) = \int_0^{r_{np}} \left[ ber_1^2(kr) + bei_1^2(kr) \right] \cdot r \cdot dr \quad (4)$$

с заменой переменных  $L(kr) \rightarrow L\left(\frac{d}{2\Delta}\right)$  согласно соотношению  $k = \sqrt{2}/D$  приведена на рис. 2. По аргументу  $\frac{d_{np}}{2\Delta}$  она является общей для всего рассматриваемого диапазона частот.

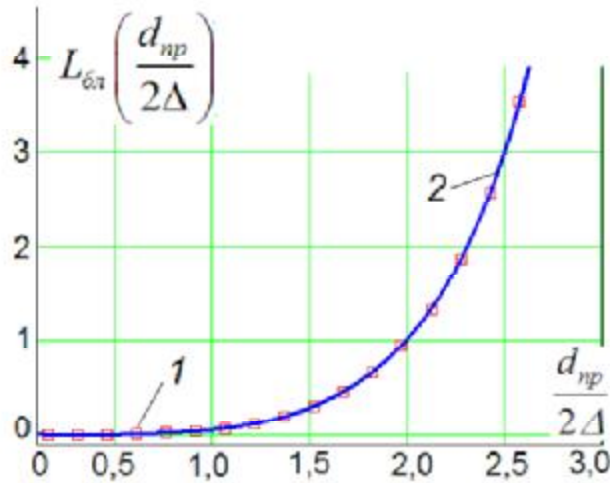


Рис. 2. Расчетные значения интеграла Ломмеля (4) в зависимости от соотношения диаметра проволоочки и глубины проникновения электромагнитной волны в ее материал:  
1 – расчетные точки;  
2 – кривая регрессии

Упростим выражение (4), используя регрессию полиномом шестого порядка (коэффициент регрессии 1,0)

$$L_{bl}\left(\frac{d_{np}}{2\Delta}\right) = 0,037 - 0,375\left(\frac{d_{np}}{2\Delta}\right) + 1,217\left(\frac{d_{np}}{2\Delta}\right)^2 - 1,763\left(\frac{d_{np}}{2\Delta}\right)^3 + 1,332\left(\frac{d_{np}}{2\Delta}\right)^4 - 0,463\left(\frac{d_{np}}{2\Delta}\right)^5 + 0,07\left(\frac{d_{np}}{2\Delta}\right)^6. \quad (5)$$

Тогда составляющая потерь энергии, обусловленная эффектом близости, для цельной проволоочки

$$P_{np,bl} = \frac{2pk^2 H_{0np}^2}{g \left[ ber^2\left(\frac{\sqrt{2}}{\Delta} \cdot \frac{d_{np}}{2}\right) + bei^2\left(\frac{\sqrt{2}}{\Delta} \cdot \frac{d_{np}}{2}\right) \right]} L_{bl}\left(\frac{d_{np}}{2\Delta}\right). \quad (6)$$

Выделим в уравнении (3) с учетом выражения (5) множитель

$$\frac{R_{y\delta,bl}}{R_{y\delta,=}} = \frac{1}{\Delta^2 \left[ ber^2\left(\frac{d_{np}}{2\Delta}\right) + bei^2\left(\frac{d_{np}}{2\Delta}\right) \right]} \cdot L_{bl}\left(\frac{d_{np}}{2\Delta}\right), \quad (7)$$

который относится к приросту активного сопротивления относительно омического. Проанализируем выражение (7) в рассматриваемом диапазоне частот (рис. 3).

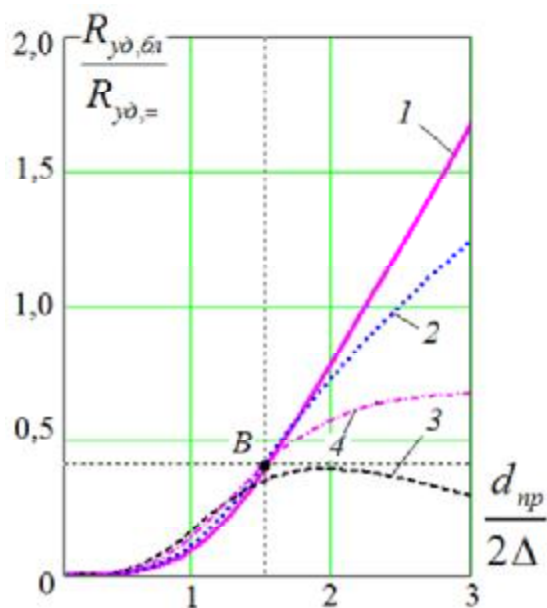


Рис. 3. Кривые зависимости прироста активного сопротивления проволоки провода в результате проявления эффекта близости от соотношения диаметра и глубины проникновения электромагнитной волны в материал проводника при частотах тока в сети 4 (1), 5 (2), 10 (3), 8 (4) кГц

При условии  $d_{np}/(2\Delta) < 1,576$  (участок  $0 - B$  на рис. 3) частотные кривые согласно уравнению (7) практически мало зависят от уровня частоты, что позволяет рекомендовать оценку по этому соотношению диаметра проволоки многопроволочного провода в рассматриваемом диапазоне частот. Для практического применения аналитическая зависимость для участка  $d_{np}/(2\Delta) < 1,576$  получена с использованием полиномиальной регрессии (рис. 4, коэффициент регрессии 0,99) и имеет следующий вид:

$$\frac{R_{y\delta, \delta l}}{R_{y\delta, =}} \left( \frac{d_{np}}{2\Delta} \right) = 0,014 - 0,109 \left( \frac{d_{np}}{2\Delta} \right) + 0,146 \left( \frac{d_{np}}{2\Delta} \right)^2 + 0,066 \left( \frac{d_{np}}{2\Delta} \right)^3. \quad (8)$$

В рассматриваемом диапазоне частот проявление эффекта близости в цельной изолированной проволоке многопроволочного провода в возрастании ее активного сопротивления будет незначительным от диаметра проволоки (до 11,7%) при  $d_{np} < 2\Delta$ , а при  $d_{np} < \Delta$  – практически исключается.

**Для сопоставления полученных результатов** проведем количественную оценку электрических характеристик провода анализированных его конструкций. Рассмотрим как исходные – параметры системы электроснабжения бесконтактных электровозов В14-900: тяговая сеть выполнена многопроволочным медным проводом (удельная проводимость  $g = 54,3 \frac{1}{\text{мкОм} \cdot \text{м}}$ ) с поперечным сечением  $95 \text{ мм}^2$ , который имеет 360 элементарных проволочек радиусом 0,29 мм, коэффициент заполнения сечения  $p = 0,92$ , частота тока в сети 5 кГц [4].

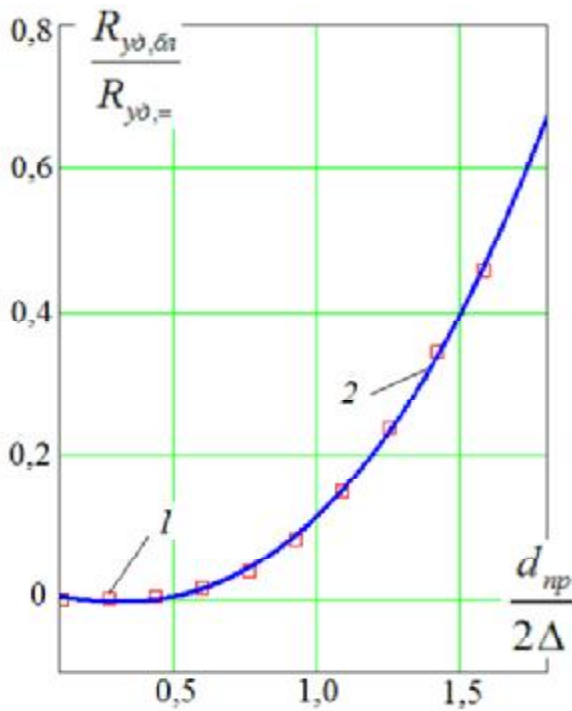


Рис. 4. Расчетная оценка прироста активного сопротивления проволоочки от эффекта близости в зависимости от соотношения диаметра проволоочки и глубины проникновения электромагнитной волны в проводниковый материал:  
 1 – расчетные точки;  
 2 – кривая регрессии

На частоте 5 кГц глубина проникновения электромагнитной волны в проводящую среду  $\Delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu_0 m_r}} = \sqrt{\frac{2}{2\pi \cdot 5000 \cdot 54,3 \cdot 4\pi \cdot 10^7 \cdot 1}} = 0,94$  мм. Имеем соотношение  $r_{np} < \Delta$ .

Если элементарные проволоочки без изоляционного покрытия, то провод рассматриваем как цельный проводник с радиусом сечения  $r_0 = \sqrt{\frac{s}{p}} = \sqrt{\frac{95}{3,14}} = 5,5$  мм. Его активное сопротивление при соотношении параметров  $\frac{r_0}{\Delta} = \frac{5,5}{0,94} = 5,85$  будет равно  $3,16 R_{y0,=}$ .

Если элементарные проволоочки с изоляционным покрытием, то радиус многопроволочного провода  $r_0 = r_{np} \sqrt{\frac{N}{p}} = 0,29 \sqrt{\frac{360}{0,92}} = 5,7$  мм; соотношение  $\frac{r_{np}}{\Delta} = \frac{0,29}{0,94} = 0,3$ . Тогда активное сопротивление провода при  $r_{np} < \Delta$  будет равно  $1,14 R_{y0,=}$ .

### Выводы

Активное сопротивление многопроволочного провода сплошного сечения с ростом количества изолированных проволоочек и уменьшением диаметра элементарной проволоочки увеличивается. Если диаметр проволоочки соизмерим с глубиной проникновения электромагнитной волны, то прирост активного сопротивления провода становится незначительным. В целом, проявление эффекта близости на частоте 5 кГц относительно небольшое – до 20 %, соотношение

$d_{np}/(2\Delta) < 2,146$  рекомендується для вибору конструктивних параметрів многопроволочного провoda сплошного сечения.

Прирост от эффекта близости активного сопротивления многопроволочного провoda уменьшается с ростом диаметра изолированной элементарной проволочки. При этом скорость уменьшения прироста выше на больших уровнях частоты. С увеличением количества проволочек наблюдается от эффекта близости предел прироста активного сопротивления, этот предел существенно возрастает с ростом уровня частоты (в три раза при изменении частоты с 5 до 10 кГц). Увеличение наружного диаметра многопроволочного провoda приводит не только к уменьшению прироста от эффекта близости активного сопротивления и толщины проводящего слоя провoda, при этом снижается интенсивность тепловыделения и растут габариты провoda.

### Список литературы

1. Львов А.П. Электрические сети повышенной частоты. – М.: Энергоиздат, 1981. – 104 с.
2. Рибалко А.Я. Оцінка витрати провідникового матеріалу в системі електропостачання безконтактних електровозів // Гірн. електромеханіка та автоматика: Наук.-техн. зб. – 2001. – Вип. 67. – С. 53–60.
3. Рыбалко А.Я. Снижение расхода проводникового материала в системе электроснабжения бесконтактных электровозов // Горн. информ.-аналит. бюл. – 2003. – №3. – С. 207–210.
4. Транспорт с индуктивной передачей энергии для угольных шахт / Г.Г. Пивняк, И.П. Ремизов, С.А. Саратикянц и др. / Под ред. Г.Г. Пивняка. – М.: Недра, 1990. – 245 с.
5. Розенфельд В.Е., Староскольский Н.А. Высокочастотный электрический транспорт. – М.: Транспорт, 1978. – 208 с.
6. Математичне моделювання електромагнітних процесів передачі енергії / Г.Г. Пивняк, М.Г. Поляков, А.Я. Рибалко, С.О. Сушко / За ред. акад. НАН України Г.Г. Пивняка. – Д.: Національний гірничий університет, 2003. – 145 с.
7. Ватсон Г.Н. Теория бесселевых функций. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1949. – Ч. 1. – 798 с.